

# Rekenvaardigheden op de basisschool

*Discussiestuk ten dienste van de Expertgroep*

*Doorlopende Leerlijnen Rekenen en Taal*

auteur: Jan van de Craats\*

8 augustus 2007

*Dit discussiestuk bevat in hoofdstuk 1 een overzicht van de minimaal gewenste rekenvaardigheden van leerlingen aan het einde van de basisschool (einde groep 8). Hoofdstuk 2 geeft achtergrondinformatie en commentaar. In een bijlage staan ter oriëntatie enige voorbeelden van toetsopgaven.*

## 1 Rekenen op de basisschool

In het primair onderwijs wordt gerekend met *natuurlijke getallen*, *kommagetallen* en *breuken*. Natuurlijke getallen zijn getallen waarmee je *aantallen* kunt weergeven: 5 vingers aan je hand, 12 appels op een schaal, 60 minuten in een uur, 16 miljoen Nederlanders, 0 euro in je portemonnee. Kommagetallen (decimale breuken, decimaalgetallen) zijn getallen zoals 354,27 en 0,067. Je gebruikt ze bijvoorbeeld bij het rekenen met euro's, bij schaalverdelingen, bij het bepalen van maten en gewichten of bij het rekenen met procenten. Breuken zijn getallen zoals  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{15}{29}$  en  $\frac{14}{5}$ .

De rekenbewerkingen die op school worden geleerd, zijn optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Worteltrekken en machtsverheffen staan in het primair onderwijs niet op het programma, evenmin als het rekenen met negatieve getallen. Hieronder wordt het streefniveau aan rekenvaardigheden beschreven voor het einde van de basisschool (kennis- en vaardigheidsdoelen).

### 1.1 Rekenen met natuurlijke getallen

Leerlingen kennen de manier waarop ons decimale positiestelsel is opgebouwd. Zij kennen de betekenis van cijfers en hun plaats in getallen. Zo weten zij dat  $6498 = 6 \times 1000 + 4 \times 100 + 9 \times 10 + 8$ . Zij weten dat op die manier met behulp

---

\*Prof.dr. J. van de Craats is lid van de Expertgroep, hoogleraar Wiskunde en Maatschappij aan de Universiteit van Amsterdam en hoogleraar Wiskunde, in het bijzonder Wiskunde-onderwijs, aan de Open Universiteit. E-mail [craats@science.uva.nl](mailto:craats@science.uva.nl), homepage [www.science.uva.nl/~craats](http://www.science.uva.nl/~craats).

van slechts tien cijfers (namelijk 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9) elk natuurlijk getal kan worden weergegeven.

### 1.1.1 Hoofdrekenen

Leerlingen kunnen vlot en zonder enige aarzeling de volgende berekeningen uit het hoofd uitvoeren:

- a. Twee getallen van één cijfer bij elkaar optellen.  
*Voorbeelden:*  $3 + 5 = 8$ ,  $7 + 9 = 16$ ,  $2 + 8 = 10$ .
- b. Een getal van één cijfer optellen bij een getal van twee cijfers.  
*Voorbeelden:*  $23 + 5 = 28$ ,  $77 + 9 = 86$ ,  $52 + 8 = 60$ .
- c. Twee getallen kleiner dan twintig van elkaar aftrekken (het kleinste van het grootste).  
*Voorbeelden:*  $8 - 5 = 3$ ,  $19 - 12 = 7$ ,  $17 - 9 = 8$ ,  $12 - 7 = 5$ .
- d. Twee getallen die elk bestaan uit één cijfer gevolgd door een aantal nullen, bij elkaar optellen.  
*Voorbeelden:*  $30 + 50 = 80$ ,  $7000 + 9000 = 16000$ ,  $200 + 80 = 280$ ,  $9000 + 30 = 9030$ .
- e. Twee getallen van één cijfer met elkaar vermenigvuldigen.  
*Voorbeelden:*  $3 \times 5 = 15$ ,  $7 \times 9 = 63$ ,  $2 \times 8 = 16$ .
- f. Een getal vermenigvuldigen met 10, 100, 1000, enzovoort.  
*Voorbeelden:*  $345 \times 10 = 3450$ ,  $52 \times 100 = 5200$ ,  $979 \times 1000 = 979000$ .
- g. Twee getallen die elk bestaan uit één cijfer gevolgd door een aantal nullen, met elkaar vermenigvuldigen.  
*Voorbeelden:*  $30 \times 50 = 1500$ ,  $7000 \times 9 = 63000$ ,  $200 \times 80 = 16000$ ,  $400 \times 300 = 120000$ .
- h. Een getal dat eindigt op een nul delen door 10, een getal dat eindigt op twee nullen delen door 100, enzovoort.  
*Voorbeelden:*  $560 : 10 = 56$ ,  $36000 : 100 = 360$ ,  $606000 : 1000 = 606$ .
- i. Een deling, al dan niet met rest, uitvoeren als de deler een getal van één cijfer is, en het deeltal kleiner is dan tien maal de deler.  
*Voorbeelden:*  $56 : 7 = 8$ ,  $36 : 9 = 4$ ,  $66 : 7 = 9 \text{ rest } 3$ ,  $77 : 9 = 8 \text{ rest } 5$ .

### 1.1.2 Rekenen met pen en papier

Leerlingen kunnen met pen en papier de volgende rekenbewerkingen vlot uitvoeren.

- a. Optellen van twee of meer getallen (optellen onder elkaar).
- b. Aftrekken van een getal van een groter getal (aftrekken onder elkaar).
- c. Vermenigvuldigen van twee getallen (vermenigvuldigen onder elkaar).
- d. Delen met rest.

## 1.2 Rekenen met kommagetallen

Leerlingen kennen de betekenis van kommagetallen en hun plaats op de getallenlijn. Ze kennen kommagetallen in tal van praktijksituaties, bijvoorbeeld bij het rekenen met geldbedragen of bij het gebruik van schaalverdelingen op linialen en andere meetinstrumenten.

### 1.2.1 Hoofdrekenen

Leerlingen kunnen vlot en zonder aarzelen de volgende rekenbewerkingen uit het hoofd uitvoeren.

- Een kommagetal vermenigvuldigen met 10, 100, 1000 enzovoort.
- Een kommagetal delen door 10, 100, 1000 enzovoort.
- Procenten omzetten in kommagetallen en omgekeerd.  
*Voorbeeld:*  $15\% = 0,15$ ,  $0,2\% = 0,002$ ,  $235\% = 2,35$ .
- Een kommagetal afronden op een gegeven aantal decimalen (plaatsen achter de komma).

### 1.2.2 Rekenen met pen en papier

Leerlingen kunnen met pen en papier de volgende rekenbewerkingen vlot uitvoeren.

- Optellen van twee of meer kommagetallen (optellen onder elkaar).
- Aftrekken van een kommagetal van een groter kommagetal (aftrekken onder elkaar).
- Vermenigvuldigen van twee kommagetallen (vermenigvuldigen onder elkaar).
- Het omzetten van een deling met kommagetallen in een deling waarbij de deler een natuurlijk getal is, vervolgens de deling uitvoeren, en ten slotte, indien gevraagd, het quotiënt afronden op een gegeven aantal decimalen.  
*Voorbeeld:*  $1,452 : 0,17 = 145,2 : 17$ . Dit levert na uitvoering van de deling en afronden op twee decimalen als uitkomst 8,54.

### 1.2.3 Toepassingen

Leerlingen kunnen rekenen met kommagetallen in de volgende toepassingen (contexten).

- Rekenen met geldbedragen.
- Rekenen met percentages.
- Rekenen in het metrieke stelsel voor lengte, oppervlakte, inhoud en gewicht.
- Rekenen met tijd (uren, minuten, seconden) en snelheid (kilometers per uur en meters per seconde).

- e. Omrekenen van meters per seconde naar kilometers per uur en omgekeerd.
- f. Omrekenen van valuta, bijvoorbeeld euro's naar dollars, bij een gegeven wisselkoers.

Bij al deze toepassingen kunnen leerlingen de berekeningen in eenvoudige gevallen met de hand (pen en papier) uitvoeren. Leerlingen kunnen echter bij lastiger opgaven ook een rekenmachine gebruiken. In dat geval kunnen zij vooraf met pen en papier of uit het hoofd een schatting maken van de uitkomst.

### 1.3 Rekenen met breuken

Leerlingen kunnen breuken visualiseren door middel van bijvoorbeeld pizza-diagrammen (taartdiagrammen). Daarnaast kunnen zij ook de plaats van een breuk aangeven op de getallenlijn. Zij kennen de betekenis van termen als teller, noemer en breukstreep. Naast de meest gebruikelijke notatie van een breuk met de horizontale breukstreep (zoals  $\frac{3}{4}$ ) kennen zij ook de notatie met een schuine breukstreep (zoals  $3/4$ ).

#### 1.3.1 Rekenen met pen en papier

Leerlingen kunnen met pen en papier de volgende rekenbewerkingen voor breuken vlot uitvoeren.

- a. Een geheel getal als breuk schrijven (noemer 1).
- b. Een kommagetal als breuk schrijven (noemer 10, 100, ...).
- c. Een breuk vereenvoudigen (teller en noemer delen door een gemeenschappelijke deler).
- d. Twee breuken onder één noemer brengen (gelijknamig maken).
- e. Twee breuken na gelijknamig maken bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken.
- f. Twee breuken met elkaar vermenigvuldigen.
- g. Een breuk delen door een breuk.
- h. Een breuk met een teller die groter is dan de noemer, schrijven als 'gemengde breuk'. *Voorbeeld:*  $\frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$ . Dit komt neer op delen met rest van de teller door de noemer:  $14 : 5 = 2 \text{ rest } 4$ , dus  $\frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$ .
- i. Een 'gemengde breuk' schrijven als gewone breuk.
- j. Een breuk schrijven als een kommagetal, exact indien mogelijk, of anders afgerond op een gegeven aantal decimalen.  
*Voorbeelden:*  $\frac{1}{2} = 0,5$ ,  $\frac{3}{4} = 0,75$ ,  $\frac{1}{3} \approx 0,3333$ ,  $\frac{2}{3} \approx 0,6667$  (het teken ' $\approx$ ', uitgesproken als 'is ongeveer gelijk aan' betekent in dit verband dat de uitkomst is afgerond).

*Opmerking:* vooral bij vermenigvuldigen en delen, maar vaak ook bij aftrekken, zijn 'gemengde breuken', erg onhandig. Het is daarom meestal beter om bij berekeningen gemengde breuken eerst om te zetten in gewone breuken.

## 2 Achtergronden en commentaar

### 2.1 Didactische controverses en de rol van de overheid

Naast, of in plaats van de vanouds bekende standaardmethodes voor het rekenen met natuurlijke getallen worden thans op school ook wel andere methodes behandeld: 'kolomsgewijs rekenen' voor optellen, aftrekken en vermenigvuldigen, en 'hapmethodes' voor delen (in plaats van de staartdeling). De gepretendeerde verdiensten van die nieuwe methodes zijn inmiddels onderwerp van ernstige kritiek; zie bijvoorbeeld mijn artikel *Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen* [1] voor een kritische bespreking van dit 'nieuwe rekenen' en [3] voor een diepgaande analyse van strategieën van leerlingen bij delingsopgaven in de periodieke peilingen PPO 1997 en 2004.

Een bloemlezing uit de reacties op [1] heb ik, samen met dat artikel, op mijn homepage [www.science.uva.nl/~craats](http://www.science.uva.nl/~craats) geplaatst. Ze onderstrepen de ernst van de problematiek, niet alleen met betrekking tot het rekenen op de basisschool, maar evenzeer met betrekking tot het rekenonderwijs op de pabo.

De overheid behoort echter uiterst terughoudend te zijn met betrekking tot dit soort didactische kwesties. Terecht kent zij de scholen ook op dit punt een grote autonomie toe. Ze dient er echter wel op toe te zien dat ook bij de nieuwe methodes de in het vorige hoofdstuk genoemde doelen worden bereikt, omdat anders aansluitingsproblemen naar het vervolgonderwijs onvermijdelijk zijn.

### 2.2 Minimumprogramma en doorstroming

Hoofdstuk 1 is nadrukkelijk een *minimaal* programma, opgesteld met het oog op doorstroomrelevantie voor het voortgezet onderwijs. Vanzelfsprekend staat het scholen en boekenschrijvers vrij om meer te behandelen. Overigens zullen niet alle leerlingen bij dit kernprogramma hetzelfde niveau bereiken. Voor toekomstige havo- en vwo-leerlingen zal aan het einde van de basisschool bij rekenoetsen een beheersingsniveau van minstens negentig procent haalbaar en vereist zijn, terwijl bij toekomstige vmbo-leerlingen meestal een lager percentage gerealiseerd zal worden. Het is daarom van groot belang dat het rekenonderwijs op het vmbo en het mbo wordt voortgezet, zodat leerlingen daar hun rekenvaardigheid verder kunnen vergroten.

Welke *nieuwe* onderwerpen op rekengebied in het vmbo en het mbo moeten worden behandeld (bijvoorbeeld negatieve getallen, machten, wortels, 'wetenschappelijke' notatie van kommagetallen met machten van 10), zal afhangen van de specifieke richting. Opleidingen in de gezondheidszorg, de administratieve of de sociale sector zullen andere behoeftes hebben dan opleidingen met een exacte of een technische component. Alle mbo-studenten zullen echter uiteindelijk minstens het rekenniveau van hoofdstuk 1 moeten beheersen.

Ook op havo en vwo moet de rekenvaardigheid worden bijgehouden en uitgebreid. Daarnaast komen meer specifiek wiskundige onderwerpen aan de orde zoals algebra, vergelijkingen en functies. Ook daarbij is overigens een grote rekenvaardigheid met getallen vereist.

Aparte aandacht verdient het rekenen op de pabo. Natuurlijk moeten docenten

in het primair onderwijs het bovengeschetste niveau ruimschoots beheersen, maar daarnaast is het gewenst dat zij de nodige verdieping hebben bereikt en flink boven de stof staan die zij hun leerlingen onderwijzen. Het rekenonderwijs op de pabo dient daarom een veel grotere diepgang te hebben dan thans veelal het geval is.

### 2.3 Rekenen en wiskunde

Ik heb me in het bovenstaande programma beperkt tot het rekenonderwijs, vooral omdat er juist op dit vlak in het basisonderwijs grote problemen liggen. Ze vormden, naast de problemen op taalgebied, de belangrijkste aanleiding tot de instelling van de Expertgroep. In de rekenlessen en in de boeken op de basisschool wordt echter ook aandacht besteed aan andere zaken met een wiskundig karakter: vlakke en ruimtelijke vormen, getallenpatronen, structuren, logica, puzzels enzovoort. Daarmee worden leerlingen intellectueel uitgedaagd, wordt exact talent opgespoord en gestimuleerd en wordt scherp redeneren bevorderd.

Men moet op dit punt echter ook niet te veel verwachten: de vooral in wiskundige kringen veel gehoorde claim dat wiskunde ook in het algemeen het denken zou bevorderen, is nooit hard gemaakt. Bovendien is die pretentie grievend voor de grote groep mensen die ondanks matige of slechte resultaten bij het wiskundeonderwijs toch kritische en succesvolle leden van de maatschappij zijn geworden. Mede hierom ben ik van mening dat de Expertgroep zich voor wat betreft het programma voor de basisschool uitsluitend moet bezighouden met het in hoofdstuk 1 geschetste kernprogramma rekenen.

## Bijlage: voorbeelden van toetsopgaven

Om een indicatie te geven van het streefniveau voor rekenvaardigheden aan het eind van de basisschool voor leerlingen die doorstromen naar havo en vwo geeft ik hieronder enige voorbeeldtoetsopgaven, voor een deel ontleend aan [2], pp. 137-140. Alle opgaven moeten zonder rekenmachine worden gemaakt.

### Natuurlijke getallen

N.1		N.2	
	4309		5739
	47298		762
	472		53987
	29876		80973
	11986		69098
	<hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/> +		<hr style="width: 100px; margin-left: 0;"/> +

$$\begin{array}{r} \text{N.3} \\ 98320 \\ \underline{48709} \end{array} -$$

$$\begin{array}{r} \text{N.4} \\ 387653 \\ \underline{208769} \end{array} -$$

$$\begin{array}{r} \text{N.5} \\ 38709 \\ \underline{2875} \end{array} \times$$

$$\begin{array}{r} \text{N.6} \\ 498723 \\ \underline{77088} \end{array} \times$$

Voer de volgende delingen met rest uit:

$$\text{N.7} \quad 769874 : 682 =$$

$$\text{N.8} \quad 198087 : 275 =$$

### Kommagetallen

K.1 Bereken via optellen onder elkaar:  $436,826 + 12,9035 + 3,516 + 98,9 =$

K.2 Bereken via aftrekken onder elkaar:  $4864,76 - 1277,9651 =$

K.3 Bereken via vermenigvuldigen onder elkaar:  $12,904 \times 3,36 =$

K.4 Bereken het quotiënt van de deling  $35 : 1,3$  op vijf decimalen afgerond.

K.5 Vul in:

- a.  $5,03 \text{ hm} = \text{dm}$
- b.  $87 \text{ km}^2 = \text{m}^2$
- c.  $321 \text{ cm}^3 = \text{mm}^3$
- d.  $4,08 \text{ hg} = \text{dg}$
- e.  $21 \text{ m/s} = \text{km/u}$

K.6 Bereken 14% van € 25,50, afgerond op eurocent.

K.7 Je krijgt iets dat normaal 350 euro kost voor 310 euro. Hoeveel procent korting krijg je dan? Rond af op gehele procenten.

### Breuken

Geef de antwoorden van de volgende opgaven als een gewone breuk die je niet kunt vereenvoudigen.

$$\text{B.1} \quad \frac{16}{27} + \frac{23}{15} =$$

$$\text{B.2} \quad \frac{12}{21} - \frac{3}{10} =$$

$$\text{B.3} \quad \frac{9}{32} + \frac{25}{6} - \frac{5}{24} =$$

$$\text{B.4} \quad \frac{14}{27} \times \frac{45}{21} =$$

$$\text{B.5} \quad \frac{36}{25} : \frac{72}{55} =$$

$$\text{B.6} \quad \frac{\frac{2}{7} + \frac{3}{4}}{\frac{4}{3} - \frac{1}{7}} =$$

Schrijf de volgende kommagetallen als een gewone breuk die je niet kunt vereenvoudigen.

$$\text{B.7} \quad 32,75$$

$$\text{B.8} \quad 0,075$$

B.9 12,9

B.10 1,035

Schrijf de volgende breuken als een kommagetal afgerond op 5 decimalen.

B.11  $\frac{9}{13}$

B.12  $\frac{17}{19}$

**Referenties:**

1. Jan van de Craats, *Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen*, Nieuw Archief voor Wiskunde, vijfde serie, jaargang 8, nr. 2, juni 2007, 132-136
2. Jan van de Craats en Rob Bosch, *Basisboek rekenen*, Pearson Education, Amsterdam, 2007
3. C.M. van Putten en M. Hickendorff, *Strategieën van leerlingen bij het beantwoorden van deelopgaven in de periodieke peilingen aan het eind van de basisschool van 2004 en 1997*, Panama-post, jaargang 25, nummer 2, 2006, 16-25
4. Jan van de Craats, *Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen – Een bloemlezing van reacties per e-mail*. Dit stuk is te lezen en te downloaden (in pdf) op mijn homepage [www.science.uva.nl/~craats](http://www.science.uva.nl/~craats). Daar staan ook mijn artikel [1] en grote delen uit het Basisboek Rekenen.