

Jan van de Craats (UvA, OU)

MYTHEN IN DE REKENDIDACTIEK

Panama conferentie, 18 januari 2007

Jan van de Craats (UvA, OU)

MYTHEN IN DE REKENDIDACTIEK

of:

Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen

Panama conferentie, 18 januari 2007

Klachten over gebrek aan rekenvaardigheid:

- **rapport Onderwijsraad (december 2006)**
- **vmbo, havo, vwo**
- **mbo**
- **beroepspraktijk**
- **instaptoetsen pabo**
- **hbo (met name heao, hts, gezondheidsstudies)**
- **universiteit (met name economische, medische, exacte en technische studierichtingen)**

NRC-Handelsblad, gisteren:

IK@NRC.NL

Optellen

Ik ontwikkel lesmateriaal voor de hoogste klassen van het voortgezet onderwijs, over de werking en de opbouw van computers.

Een commissie, bestaande uit vwo-docenten, heeft dit werk be-

oordeeld. In het beoordelingsrapport staat dat het lesboek op sommige plaatsen verduidelijking behoeft: 'Een voorbeeld is de uitleg van de werking van de optelschakeling. De auteur veronderstelt dat leerlingen in staat zijn om handmatig twee decimale getallen bij elkaar op te tellen. Dergelijke handvaardigheid kan heden ten dage niet meer van Tweede Fase-leerlingen worden verwacht.'

BEN BRUIDEGOM

Wat zijn er voor gebreken in het rekenonderwijs op de basisschool?

Wat zijn er voor gebreken in het rekenonderwijs op de basisschool?

en:

Hoe lossen we ze op?

Moderne rekendidactiek

Moderne rekendidactiek

Positief:

- veel aandacht voor rekenopgaven uit de dagelijkse praktijk
- mooie realistische voorbeelden
- uitdagende rekenpuzzels
- leuke rekenprojecten
- aantrekkelijke vormgeving

Moderne rekendidactiek

Positief:

- veel aandacht voor rekenopgaven uit de dagelijkse praktijk
- mooie realistische voorbeelden
- uitdagende rekenpuzzels
- leuke rekenprojecten
- aantrekkelijke vormgeving

Negatief:

- te weinig systematisch oefenmateriaal
- meerdere rekenmethodes door elkaar, waaronder veel 'hap-snapmethodes'
- leerlingen kunnen daardoor geen zelfvertrouwen opbouwen
- rampzalig voor matige en zwakke leerlingen

Negatieve effecten worden vooral veroorzaakt door

MYTHEN IN DE REKENDIDACTIEK

MYTHE 1: eerst begrijpen, dan oefenen

Varianten:

- ‘oefenen zonder inzicht geeft kennis zonder uitzicht’
- ‘het inoefenen van een vaardigheid kan pas met vrucht gebeuren nadat inzicht in die vaardigheid is verkregen.’
- ‘let op: leer geen onbegrepen regels uit je hoofd!’

DOCENTENWIJSHEID: oefening baart kunst

Succesvol leerproces:

- 1. Oriëntering (context, voorbeelden)**
- 2. Oefenen, eerst makkelijk, dan moeilijk. Geen contexten!**
- 3. Verdieping met contexten en voorbeelden**
- 4. Meer oefeningen, zonder contexten**
- 5. Verdere verdieping, voorbeelden, contexten, ...**

DOCENTENWIJSHEID: oefening baart kunst

Succesvol leerproces:

- 1. Oriëntering (context, voorbeelden)**
- 2. Oefenen, eerst makkelijk, dan moeilijk. Geen contexten!**
- 3. Verdieping met contexten en voorbeelden**
- 4. Meer oefeningen, zonder contexten**
- 5. Verdere verdieping, voorbeelden, contexten, ...**

Op die manier wordt begrip geleidelijk aangebracht, mede door oefening!

DOCENTENWIJSHEID: oefening baart kunst

Succesvol leerproces:

- 1. Oriëntering (context, voorbeelden)**
- 2. Oefenen, eerst makkelijk, dan moeilijk. Geen contexten!**
- 3. Verdieping met contexten en voorbeelden**
- 4. Meer oefeningen, zonder contexten**
- 5. Verdere verdieping, voorbeelden, contexten, ...**

Op die manier wordt begrip geleidelijk aangebracht, mede door oefening!

Bovendien bouwen leerlingen zo zelfvertrouwen op.

MYTHE 2: leerlingen vinden rijtjes sommen vreselijk

MYTHE 2: leerlingen vinden rijtjes sommen vreselijk

DOCENTENWIJSHEID:

Leerlingen maken graag rijtjes sommen, mits die goed en systematisch zijn opgebouwd.

MYTHE 2: leerlingen vinden rijtjes sommen vreselijk

DOCENTENWIJSHEID:

Leerlingen maken graag rijtjes sommen, mits die goed en systematisch zijn opgebouwd.

Misleid door Mythe 1 is systematisch oefenen de laatste tijd in het verdomhoekje geplaatst. Er is ook een aparte, kleinerende term voor bedacht: CIJFEREN.

MYTHE 3:

Het is goed als leerlingen meerdere oplossingsstrategieën leren hanteren en zelf kunnen kiezen welke methode ze bij een concrete opgave willen gebruiken.

MYTHE 3:

Het is goed als leerlingen meerdere oplossingsstrategieën leren hanteren en zelf kunnen kiezen welke methode ze bij een concrete opgave willen gebruiken.

DOCENTENWIJSHEID:

Voor elk type opgaven (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen) is één rekenrecept het beste. Leer dat de leerlingen en besteed geen tijd aan hap-snapmethodes ('handig rekenen') die alleen in bepaalde gevallen vlot werken.

Gruwelvoorbeelden: 'Kolomsgewijs rekenen' bij optellen, aftrekken en vermenigvuldigen (dwz. rekenen van links naar rechts).

Gruwelvoorbeelden: ‘Kolomsgewijs rekenen’ bij optellen, aftrekken en vermenigvuldigen (dwz. rekenen van links naar rechts).

Onhandige, omslachtige, verwarrende, en bij grotere getallen bijna onvermijdelijk tot veel rekenfouten aanleiding gevende rekenmethode.

Gruwelvoorbeelden: ‘Kolomsgewijs rekenen’ bij optellen, aftrekken en vermenigvuldigen (dwz. rekenen van links naar rechts).

Onhandige, omslachtige, verwarrende, en bij grotere getallen bijna onvermijdelijk tot veel rekenfouten aanleiding gevende rekenmethode.

Het is historisch gezien ook een tegennatuurlijke methode. Onze getallen zijn in decimale notatie onder invloed van het arabische schrift **VAN RECHTS NAAR LINKS opgebouwd: eenheden, tientallen, honderdtallen, etc.**

Je moet 485 dus niet lezen als $485 = 4 \times 100 + 8 \times 10 + 5$ maar als $485 = 5 + 8 \times 10 + 4 \times 100$.

Gruwelvoorbeeld 1: kolomsgewijs optellen

$$\begin{array}{r} 78,12 \\ 13,34 \\ 142,57 \\ 92,63 \\ \underline{104,89} \end{array} +$$

Gruwelvoorbeeld 1: kolomsgewijs optellen

$$\begin{array}{r} 78,12 \\ 13,34 \\ 142,57 \\ 92,63 \\ 104,89 \\ \hline 200,00 \\ 210,00 \\ 19,00 \\ 2,30 \\ 0,25 \\ \hline \end{array} +$$

Gruwelvoorbeeld 1: kolomsgewijs optellen

$$\begin{array}{r} 78,12 \\ 13,34 \\ 142,57 \\ 92,63 \\ 104,89 \\ \hline 200,00 \\ 210,00 \\ 19,00 \\ 2,30 \\ 0,25 \\ \hline 400,00 \\ 20,00 \\ 11,00 \\ 0,50 \\ 0,05 \\ \hline \end{array} +$$

Gruwelvoorbeeld 1: kolomsgewijs optellen

$$\begin{array}{r} 78,12 \\ 13,34 \\ 142,57 \\ 92,63 \\ 104,89 \\ \hline 200,00 \\ 210,00 \\ 19,00 \\ 2,30 \\ 0,25 \\ \hline 400,00 \\ 20,00 \\ 11,00 \\ 0,50 \\ 0,05 \\ \hline 431,55 \end{array}$$

Gruwelvoorbeeld 2: kolomsgewijs aftrekken

$$\begin{array}{r} 413,92 \\ 376,75 \\ \hline \end{array} \quad _$$

Gruwelvoorbeeld 2: kolomsgewijs aftrekken

$$\begin{array}{r} 413,92 \\ 376,75 \\ \hline 100,00 \\ 60,00 \text{ tekort} \\ 3,00 \text{ tekort} \\ 0,20 \\ 0,03 \text{ tekort} \\ \hline \end{array}$$

Gruwelvoorbeeld 2: kolomsgewijs aftrekken

$$\begin{array}{r} 413,92 \\ 376,75 \\ \hline 100,00 \\ 60,00 \text{ tekort} \\ 3,00 \text{ tekort} \\ 0,20 \\ 0,03 \text{ tekort} \\ \hline 40,00 \\ 3,00 \text{ tekort} \\ 0,20 \\ 0,03 \text{ tekort} \\ \hline \end{array}$$

Gruwelvoorbeeld 2: kolomsgewijs aftrekken

$$\begin{array}{r} 413,92 \\ 376,75 \\ \hline 100,00 \\ 60,00 \text{ tekort} \\ 3,00 \text{ tekort} \\ 0,20 \\ 0,03 \text{ tekort} \\ \hline 40,00 \\ 3,00 \text{ tekort} \\ 0,20 \\ 0,03 \text{ tekort} \\ \hline 37,00 \\ 0,20 \\ 0,03 \text{ tekort} \\ \hline \end{array}$$

Gruwelvoorbeeld 2: kolomsgewijs aftrekken

$$\begin{array}{r} 413,92 \\ 376,75 \\ \hline 100,00 \\ 60,00 \text{ tekort} \\ 3,00 \text{ tekort} \\ 0,20 \\ 0,03 \text{ tekort} \\ \hline 40,00 \\ 3,00 \text{ tekort} \\ 0,20 \\ 0,03 \text{ tekort} \\ \hline 37,00 \\ 0,20 \\ 0,03 \text{ tekort} \\ \hline 37,20 \\ 0,03 \text{ tekort} \\ \hline \end{array}$$

Gruwelvoorbeeld 2: kolomsgewijs aftrekken

413,92	
376,75	—
<hr/>	
100,00	
60,00	tekort
3,00	tekort
0,20	
0,03	tekort
<hr/>	
40,00	
3,00	tekort
0,20	
0,03	tekort
<hr/>	
37,00	
0,20	
0,03	tekort
<hr/>	
37,20	
0,03	tekort
<hr/>	
37,17	

Gruwelvoorbeeld 3: kolomsgewijs vermenigvuldigen

$$\begin{array}{r} 345 \\ 729 \times \\ \hline \end{array}$$

Gruwelvoorbeeld 3: kolomsgewijs vermenigvuldigen

$$\begin{array}{r} 345 \\ 729 \\ \hline \times \\ 210000 \\ 28000 \\ 3500 \\ 6000 \\ 800 \\ 100 \\ 2700 \\ 360 \\ 45 \\ \hline + \end{array}$$

Gruwelvoorbeeld 3: kolomsgewijs vermenigvuldigen

$$\begin{array}{r} 345 \\ 729 \times \\ \hline 210000 \\ 28000 \\ 3500 \\ 6000 \\ 800 \\ 100 \\ 2700 \\ 360 \\ 45 \\ \hline 200000 \\ 30000 \\ 19000 \\ 2400 \\ 100 \\ 5 \\ \hline 251505 \end{array}$$

Vergelijk:

$$\begin{array}{r} 345 \\ 729 \\ \hline \end{array} \times$$
$$\begin{array}{r} 3105 \\ 6900 \\ 241500 \\ \hline \end{array} +$$
$$251505$$

**Moraal: KOLOMSGEWIJS REKENEN IS ONTZETTEND
ONHANDIG !!**

Voor delen met rest ligt de staartdeling onder vuur. Er een 'beter begrijpelijke' manier bedacht: de 'hapmethode'.

Kenmerkend is: de leerling 'doet maar wat', maar houdt daarvan wel een nauwkeurige administratie bij.

Voor delen met rest ligt de staartdeling onder vuur. Er een 'beter begrijpelijke' manier bedacht: de 'hapmethode'.

Kenmerkend is: de leerling 'doet maar wat', maar houdt daarvan wel een nauwkeurige administratie bij.

Ook dat is een ontzettend ONHANDIGE methode. Een methode die bovendien volstrekt ONSYSTEMATISCH is.

Voor delen met rest ligt de staartdeling onder vuur. Er een 'beter begrijpelijke' manier bedacht: de 'hapmethode'.

Kenmerkend is: de leerling 'doet maar wat', maar houdt daarvan wel een nauwkeurige administratie bij.

Ook dat is een ontzettend ONHANDIGE methode. Een methode die bovendien volstrekt ONSYSTEMATISCH is.

Staartdelen is eigenlijk SYSTEMATISCH happen. Het is bovendien een recept dat iedereen kan leren en begrijpen.

Voor rekenen met gehele getallen en kommagetallen zijn er vier hoofdbewerkingen:

optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

Voor elk van die vier hoofdbewerkingen is er één universeel, altijd werkend rekenrecept.

Die recepten moeten Sanne en Daan leren!

**Optellen van gehele getallen
onder elkaar:**

$$\begin{array}{r} 348 \\ 10282 \\ 33264 \\ 78695 \\ 81410 \\ 579 \\ 53186 \\ \hline 257764 \end{array} +$$

**Controle: ook van beneden
naar boven optellen.**

**Optellen van gehele getallen
onder elkaar:**

$$\begin{array}{r} 348 \\ 10282 \\ 33264 \\ 78695 \\ 81410 \\ 579 \\ 53186 \\ \hline 257764 \end{array} +$$

**Controle: ook van beneden
naar boven optellen.**

**Optellen van kommagetallen
onder elkaar:**

$$\begin{array}{r} 3,48 \\ 1028,2 \\ 33,264 \\ 78,695 \\ 814,10 \\ 5,79 \\ 531,86 \\ \hline 2495,389 \end{array} +$$

**Zorg dat de komma's recht
onder elkaar staan!
Controle: ook van beneden
naar boven optellen.**

**Aftrekken van twee gehele
getallen onder elkaar:**

$$\begin{array}{r} 81410 \\ 53186 \\ \hline 28224 \end{array}$$

**Controle: van beneden naar
boven optellen.**

Aftrekken van twee gehele getallen onder elkaar:

$$\begin{array}{r} 81410 \\ 53186 \\ \hline 28224 \end{array}$$

Controle: van beneden naar boven optellen.

Aftrekken van twee komma-getallen onder elkaar:

$$\begin{array}{r} 1028,200 \\ 78,695 \\ \hline 949,505 \end{array}$$

Zorg dat de komma's recht onder elkaar staan. Voeg eventueel na de komma extra nullen toe (hier grijs gemaakt).

Controle: van beneden naar boven optellen.

**Vermenigvuldigen van twee
gehele getallen onder elkaar:**

$$\begin{array}{r} 3178 \\ 4912 \\ \hline 6356 \quad \times \\ 31780 \\ 2860200 \\ 12712000 \\ \hline 15610336 \quad + \end{array}$$

Vermenigvuldigen van twee gehele getallen onder elkaar:

$$\begin{array}{r} 3178 \\ 4912 \\ \hline 6356 \quad \times \\ 31780 \\ 2860200 \\ 12712000 \\ \hline 15610336 \quad + \end{array}$$

Vermenigvuldigen van twee kommagetallen onder elkaar:

$$\begin{array}{r} 349,823 \\ 2,47 \\ \hline 2448761 \quad \times \\ 13992920 \\ 69964600 \\ \hline 864,06281 \quad + \end{array}$$

Staartdeling:

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 83218} \setminus 2 \\ \underline{74} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 83218} \setminus 22 \\ \underline{74} \\ 92 \\ \underline{74} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 83218} \setminus 224 \\ \underline{74} \\ 92 \\ \underline{74} \\ 181 \\ \underline{148} \\ 33 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 83218} \setminus 2249 \\ \underline{74} \\ 92 \\ \underline{74} \\ 181 \\ \underline{148} \\ 338 \\ \underline{333} \\ 5 \end{array}$$

Deze staartdeling laat zien dat $83218 : 37 = 2249$ rest 5.

Controle: $83218 = (2249 \times 37) + 5$.

CONCLUSIES:

CONCLUSIES:

- Herstel **SYSTEMATISCH OEFENEN** in ere, maar behoud daarbij ook de leuke contextopgaven als motiverende voorbeelden.

CONCLUSIES:

- Herstel **SYSTEMATISCH OEFENEN** in ere, maar behoud daarbij ook de leuke contextopgaven als motiverende voorbeelden.
- Eén methode per bewerking!

CONCLUSIES:

- Herstel **SYSTEMATISCH OEFENEN** in ere, maar behoud daarbij ook de leuke contextopgaven als motiverende voorbeelden.
- Eén methode per bewerking!
- Doe 'handig rekenen' de deur uit. Het is verwarrend en kost alleen maar tijd.

CONCLUSIES:

- Herstel **SYSTEMATISCH OEFENEN** in ere, maar behoud daarbij ook de leuke contextopgaven als motiverende voorbeelden.
- Eén methode per bewerking!
- Doe 'handig rekenen' de deur uit. Het is verwarrend en kost alleen maar tijd.
- **VERBIED** 'kolomsgewijs rekenen'!

CONCLUSIES:

- Herstel **SYSTEMATISCH OEFENEN** in ere, maar behoud daarbij ook de leuke contextopgaven als motiverende voorbeelden.
- **Eén methode per bewerking!**
- Doe 'handig rekenen' de deur uit. Het is verwarrend en kost alleen maar tijd.
- **VERBIED 'kolomsgewijs rekenen'!**

Zo leren Daan en Sanne weer rekenen!

P.S.: ... en noem 'cijferen' weer gewoon 'rekenen'!

P.S.: ... en noem 'cijferen' weer gewoon 'rekenen'!

Website:

`www.science.uva.nl/~craats`

of Google op

Jan van de Craats