

Commentaar op de SLO-voorstellen voor de  
Tussendoelen wiskunde onderbouw vo havo/vwo en vmbo

Jan van de Craats, 4 december 2011

Op 22 november 2011 kreeg ik de SLO-voorstellen voor *Tussendoelen wiskunde onderbouw vo havo/vwo en vmbo* met bijbehorende *Toelichtingen* toegestuurd met het oog op de mondelinge expertmeeting op 12 december 2011. Ik zal daarbij aanwezig zijn, maar heb hieronder al enige algemene opmerkingen en een aantal detailopmerkingen geformuleerd met het doel om de discussie op 12 december te vergemakkelijken.

### Algemene opmerkingen

De beide stukken zijn in mijn ogen na wat bijschaven goed bruikbaar als een beschrijving van wat leerlingen aan het eind van de onderbouw havo/vwo, respectievelijk vmbo op het gebied van de wiskunde moeten kennen en kunnen. Ik zou er wel voor willen pleiten om alles te formuleren in *toetsbare* leerdoelen. Daarbij dienen nu nog openstaande vaagheden zoveel mogelijk geconcretiseerd te worden. De tussendoelen zullen immers gebruikt worden als basis voor diagnostische tussentoetsen.

In verband hiermee heb ik een algemene opmerking met betrekking tot **Domein A: Inzicht en handelen**. Wat hier beschreven wordt, kan in mijn ogen niet apart geoperationaliseerd en getoetst worden. Het komt natuurlijk wel in alle andere domeinen impliciet aan de orde. Is het wel nodig om dit domein in de tussendoelen op te nemen als het niet expliciet kan worden getoetst? Zo ja, waarom?

Een andere algemene opmerking betreft het uitgangspunt dat de overheid zich in het onderwijs moet beperken tot voorschriften met betrekking tot het "wat", en het "hoe" moet overlaten aan het onderwijsveld zelf. Daarom zouden didactische overwegingen en didactische richtlijnen in dit stuk achterwege moeten blijven.

### Rekenen, wiskunde en domeinindeling

Ik begrijp dat de tussentijdse toetsen wiskunde aan het eind van de onderbouw havo/vwo en vmbo ook vaardigheden rekenen zullen toetsen. Dit in overeenstemming met het feit dat rekenen een onderdeel is van de wiskunde. Er komen dus geen aparte tussentoetsen rekenen; aparte rekentoetsen zullen er echter om wettelijke redenen wél komen aan het eind van het vo. Die toetsen hebben ook een ingrijpend gevolg: je kunt erop zakken, ook als je alle andere vakken voldoende hebt.

De commissie Meijerink heeft in haar "rekenrapport" *Over de drempels met rekenen* het domein rekenen verdeeld in vier subdomeinen, overeenkomstig de

indeling zoals die gehanteerd wordt in de van het Freudenthal Instituut afkomstige zg. TAL-boekjes. Die indeling van het rekendomein in die vier subdomeinen is vervolgens ook in de wet- en regelgeving over rekenen opgenomen.

Voor een beschrijving van het gehele terrein van de wiskunde in het voortgezet onderwijs, met name in havo en vwo, is een dergelijke indeling echter niet goed bruikbaar. Ze is eerder gericht op toepassingen van het rekenen (rekenen in de "dagelijkse praktijk") dan op de wiskundige inhoud. Ik krijg de indruk dat SLO toch geprobeerd heeft de wiskunde in de onderbouw op dit procrustesbed te leggen, waardoor de algebra bijvoorbeeld terecht is gekomen in een subdomein *Getallen en variabelen*, de meetkunde het *metrieke stelsel* (onderdeel 9.1) toegeschoven heeft gekregen (terwijl het daarbij in feite om toepassingen van rekenen gaat), en het oplossen van *vergelijkingen* en *ongelijkheden* opgenomen is in een subdomein *Verbanden en formules*, terwijl het eerder in de algebra thuishoort, in elk geval waar het lineaire en kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden betreft. Het creëren van een apart subdomein *Verhoudingen* heeft ook alleen zin als men zich uitsluitend op toepassingen richt. Vanuit de wiskunde gezien is zo'n subdomein niet functioneel.

Ik zou ervoor willen pleiten bij de beschrijving van de tussendoelen voor havo en vwo te kiezen voor een domeinbeschrijving van het vakgebied wiskunde die meer in overeenstemming is met een wiskundig-inhoudelijk indeling zoals die bijvoorbeeld ook in de wiskundeboeken voor havo en vwo wordt gehanteerd. Dit kan gemakkelijk gedaan worden zonder de inhoud van de voorgestelde tussendoelen in het SLO-voorstel ingrijpend te wijzigen. Men kan de onderdelen eenvoudig op een meer vakmatige wijze samennemen en andere koppen en tussenkoppen kiezen. Zie overigens voor een wiskundig-inhoudelijke indeling van de wiskunde in het primair en secundair onderwijs ook:

<http://staff.science.uva.nl/~craats/KernWiskunde.pdf>

## Detailopmerkingen havo/vwo

*Domein B, onderdeel 4.3: een getal moet zijn een natuurlijk getal.*

*Domein B, onderdeel 4.6: Het omzetten van (onvereenvoudigbare) breuken in decimale getallen is niet iets vanzelfsprekends. Als de noemer niet uitsluitend priemfactoren 2 en 5 bevat, leidt dit tot periodieke decimale ontwikkelingen. Hoort dit tot de tussendoelen? Moeten de leerlingen weten en kunnen laten zien dat elke breuk als een afbrekende of periodieke decimale ontwikkeling geschreven kan worden? En dat niet-periodieke decimale ontwikkelingen dus corresponderen met irrationale getallen? Geef hierover duidelijkheid!*

*Domein B, onderdeel 4.7: Wat betekent "uitleggen" hier? Moeten de leerlingen bijvoorbeeld kunnen laten zien dat  $\sqrt{2}$  irrationaal is? Of hoeven ze het alleen maar te "weten"? Moeten ze ook in het algemeen weten welke (vierkants)wortels irrationaal zijn? Trouwens, het feit dat  $\pi$  irrationaal is, valt op havo/vwo-niveau helemaal niet uit te leggen. Dat moeten de leerlingen sowieso op gezag aannemen. Verschaf hier duidelijkheid op een manier die wiskundig correct is.*

*Domein B, onderdeel 5: Hoe moeten die berekeningen worden uitgevoerd? Wanneer met de rekenmachine en wanneer met pen en papier? En betekent "wor-*

tels" altijd "vierkantswortels"?

*Domein B, onderdeel 6:* Het gaat hier helemaal niet om het rekenen met variabelen, maar om het rekenen met letters. In gewone wiskundetaal: om algebra. Noem dat dan ook zo, en maak er een eigen domein of subdomein van. Het is trouwens bekend dat leerlingen in de onderbouw juist met het begrip "variabele" veel moeite hebben, en dat er pas bij de behandeling van functies in klas 3 langzaam enig begrip voor ontstaat. Daarom is ook de naamgeving van dit domein (*Getallen en variabelen*) nogal ongelukkig. Het lijkt me mede daarom veel beter om dit domein te splitsen in twee domeinen: een domein *Rekenen* en een domein *Algebra*.

*Domein B, onderdeel 6.3:* Waarom ook niet de merkwaardige producten voor  $(a + b)^2$  en  $(a - b)^2$ ?

*Domein B, onderdelen 6.1 en 6.3:* Hoe toets je "herkennen"? Laat dat woord gewoon weg. Ook in alle andere onderdelen waar het voorkomt.

*Domein B, onderdeel 7:* Deze omschrijving is vaag en onduidelijk. Wat wordt hier bedoeld met "telproblemen" en met "ordenen"? En wat kan hierbij worden getoetst? Dit moet concreet worden uitgewerkt.

*Domein C: Verhoudingen:* Het gaat hier om toepassingen van rekenen. Neem daarom de onderdelen 8.1, 8.2, 8.3, 8.5 en 8.6 samen als subdomein op in Domein B, bijvoorbeeld onder de kop "Rekenen met verhoudingen". Onderdeel 8.4 hoort thuis in Subdomein D1.

*Subdomein C, onderdeel 8.3:* "... en daarbij verschillende rekenstrategieën hantieren." Wat wordt hiermee bedoeld? En hoe toets je dat?

*Subdomein C, onderdeel 8.5:* "... door een adequate strategie te kiezen." Dat moet een leerling toch bij elk vraagstuk doen? Waarom wordt dat hier apart vermeld? Of beweegt dit voorstel zich hiermee op het terrein van de didactiek?

*Subdomein C, onderdeel 8.5:* Bij de kolom "Begrippen" staat "verhoudingstabel" genoemd. Dat is een didactisch hulpmiddel. Het hoort niet in de leerdoelen thuis want je kunt ook heel goed wiskunde leren zonder dat omslachtige hulpmiddel ooit te gebruiken (ik hoorde er pas een paar jaar geleden voor het eerst van, en zou het zelf nooit toepassen).

*Domein E: Verbanden en formules:* Nergens wordt duidelijk gemaakt wat men onder de woorden "verband" en "formule" verstaat. Uit de context maak ik op dat het bij formules soms gaat om wat in de wiskunde een *functievoorschrift* heet (in een vorm als  $y = \dots$ ) maar soms ook om wat in de wiskunde een *relatie* wordt genoemd; een relatie die gegeven wordt door een vergelijking in twee variabelen. Komt in een "formule" altijd een gelijkteken voor? Of is bijvoorbeeld  $a^2 - b^2$  ook een formule? Zie bijvoorbeeld in subdomein E1 de onderdelen 11.1, 11.4, 11.5, 11.6, 11.8. Ik krijg de indruk dat "verband" in deze onderdelen altijd een relatie betekent die gegeven wordt door een vergelijking in twee variabelen. Is dit juist, zeg het dan. Is dit niet juist, wat is een verband dan wel?

*Subdomeinen E2, E3 en E4:* een lineair verband wordt gegeven door een vergelijking die lineair is in de twee variabelen die erin voorkomen. Bij een "exponentieel verband" is het blijkbaar de bedoeling dat dit gegeven wordt door een vergelijking in twee variabelen waarin één van de variabelen expliciet ge-

schreven is als een exponentiële functie van de andere. Waarom wordt dit niet expliciet gezegd (bijvoorbeeld  $y = a b^x$ , waarin  $x$  en  $y$  variabelen zijn en  $a$  en  $b$  constanten)?

Idem bij een "kwadratisch verband". Dat wordt blijkbaar gegeven door een vergelijking in twee variabelen waarin één van de variabelen geschreven is als een kwadratische functie van de andere ( $y = ax^2 + bx + c$ ). Maar waarom noem je een cirkelvergelijking geen kwadratisch verband? Door in subdomein E4 overal "verband" te vervangen door "functie" kan deze onduidelijkheid gemakkelijk worden gerepareerd. De naam van het subdomein zou trouwens beter veranderd kunnen worden in "Kwadratische functies en kwadratische vergelijkingen".

*Subdomein E5, onderdeel 15:* Deze omschrijving is vaag en volstrekt onduidelijk. Wat mag en kan hier worden getoetst en hoe? Gaat het hier om het ontdekken van regelmaat in rijtjes zoals je dat ook wel ziet bij IQ-testen?

*Subdomein E6, onderdeel 16: formule vervangen door vergelijking*

*Subdomein E6, onderdelen 16.2 t.e.m. 16.4:* Graag overal *de context* vervangen door *een context*.

*Subdomein E6, onderdeel 16.6:* Waarom bij havo alleen derdemachtswortels uit positieve getallen? Is dat omdat de rekenmachine anders protesteert?

## **Detailopmerkingen vmbo**

Algemeen: ik lees steeds het woord "eenvoudig", terwijl zelden gezegd wordt wat daarmee wordt bedoeld. Zie bijvoorbeeld in 4.5 (eenvoudige breuken), 5, 6.2, 6.3 en 6.4, Leerlingen en docenten hebben er recht op te weten wat er precies van ze verlangd wordt. Geef hier ondubbelzinnige voorschriften voor.

*Subdomein B, onderdeel 4.6:* Hier is denk ik het woord "irrationale" weggevallen.

*Subdomein B, onderdeel 5:* "Eenvoudige breuken" Wat zijn dat? En wat zijn "eenvoudige" berekeningen? Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen? In de huidige praktijk van de Cito-eindtoetsen basisonderwijs is het zo dat er alleen breuken in voorkomen met een noemer kleiner dan 10 en breuken met noemers 10, 100 en 1000. Als bewerkingen komen daarbij alleen optellen en aftrekken voor met breuken, die bovendien bijna altijd al gelijknamig zijn. Is dit ook hier de bedoeling? Zeg dat dan eerlijk. En zo nee, omschrijf dan expliciet wat de leerlingen wel en niet moeten kunnen.

e-mail: J.vandeCraats@uva.nl

homepage: <http://staff.science.uva.nl/~craats/>