Huiswerk Besliskunde A (2016) - Week 12

De deadline van deze huiswerkset is **woensdag 11 januari**. Het huiswerk mag handgeschreven ingeleverd worden, maar we accepteren alleen *individuele* submissies. Stuurt u tijdig uw uitwerkingen via e-mail naar zowel mjhvdbergh 'at' gmail.com als maykestraatman 'at' gmail.com, of levert u het in in de postvakjes van Mark van den Bergh of Mayke Straatman.

Opgaven voor 6 EC (2 in totaal)

Opgave 1 Maak opgave 5.13 uit het dictaat. Met doorlooptijd wordt de tijd bedoeld tussen de aankomst van een opdracht en het moment dat deze compleet afgerond het systeem verlaat.

Opgave 2 Beschouw een gesloten wachtrijnetwerk met 3 wachtrijen, Q_1, Q_2 en Q_3. Elke rij heeft een enkele bediende. Er bevinden zich N klanten in het systeem. De bedieningsduren bij Q_i zijn exponentieel verdeeld met parameter μ_i. In het bijzonder geldt dat $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$ en $\mu_3 = 2$. Klanten gaan vanuit Q_1 met kans 1/2 naar Q_2, en met kans 1/2 naar Q_3. Klanten die Q_2 en Q_3 verlaten sluiten altijd aan bij Q_1.

a) Stel dat $N = 3$. Gebruik het MVA-algoritme (mean value analyse) om L_i te bepalen, ofwel het verwachte aantal klanten dat zich in stationariteit bij Q_i bevindt, voor $i = 1, 2, 3$.

b) Stel dat $N = 1000$. Geef *benaderingen* voor L_1, L_2 en L_3. U kunt natuurlijk de hulp van de computer inschakelen en het MVA-algoritme uitprogrammeren, maar gezonde intuïtie zou u vrijwel direct tot een antwoord moeten brengen. *Hint: Is Q_1 vaak leeg? Wat betekent dit voor het vertrekproces uit Q_1? En verder voor de aankomstprocessen bij Q_2 en Q_3?*

Opgaven voor 10 EC (4 in totaal)

Opgave 3 Stel dat we in plaats van gesloten wachtrijnetwerken met een FIFO (first-in-first-out) bedieningsvolgorde bij de wachtrijen, gesloten wachtrijnetwerken met LIFO (last-in-first-out) bedieningsvolgordes willen bestuderen. Levert het MVA-algoritme zoals we die kennen ook een correcte analyse voor de laatste categorie wachtrijen? Licht uw antwoord toe.

Opgave 4 Beschouw een open wachtrijnetwerk met slechts 1 wachtrij. Externe klanten komen aan bij deze wachtrij volgens een Poisson proces met parameter λ, en de bedieningstijden zijn exponentieel verdeeld met parameter μ. Echter, met kans p zal een klant die net bediend is opnieuw aansluiten in de wachtrij. Met kans $1 - p$ verlaat deze wel het systeem.

a) Leid met behulp van de theorie betreffende open wachtrijnetwerken een uitdrukking voor de gemiddelde verblijftijd van een klant in het systeem.

b) Leid hetzelfde resultaat af, maar dan via de analyse van een Markov proces.

c) Beredeneer waarom uw antwoord bij a) en b) overeenkomt (of in ieder geval overeen zou moeten komen) met de verwachte verblijftijd in een M/M/1 wachtrij met aankomstintensiteit λ en bedieningsintensiteit $\mu(1 - p)$.