FdNWI
Universiteit van Amsterdam
Plantage Muidergracht 24
1018 TV Amsterdam

Tentamen **Analyse 3**, 11 juli 2008, 9.30-12.30 uur.

Alle opgaven tellen even zwaar.

1. a. Bepaal een conforme afbeelding van het boven-halfvlak $\{z = x + iy : y > 0\}$ naar het eerste kwadrant $Q = \{z = x + iy : x > 0, y > 0\}$.
   b. Bepaal vervolgens een conforme afbeelding f van $B(0,1)$ naar Q, zodanig dat $f(0) = e^{i\pi/4}$.
2. Laat P een holomorf polynoom zijn en laat f van klasse C^1 zijn op $\mathbb{C}$. Bewijs dat het product $f \cdot P$ complex differentieerbaar is in de nulpunten van P.
3. Bereken
$$\int_0^\infty \frac{\log x}{(1+x^2)^2} dx.$$
4. Formuleer en bewijs het Argument Principe over het aantal nulpunten en polen van een meromorfe functie f, gedefinieerd op een omgeving van de afsluiting van een "net" gebied D.
5. Bereken
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^4 + 2n^2 + 1}.$$
6. Laat f holomorf zijn op $B(0,1)$ en continu op de afgesloten eenheidsschijf $\overline{B(0,1)}$. Verder is gegeven dat $|f(z)| = 1$ voor $|z| = 1$, f heeft geen nulpunten en $f(1) = -1$. Bepaal f en rechtvaardig je resultaat.

Succes!