

# Wiskundige Methoden en Technieken voor Bèta-Gamma

## Oefening voor Toets 1

Dinsdag 20 oktober 2009; 13:00 - 16:00

### Opgave 1:

- a) Laat de punten  $A$  en  $B$  gegeven worden door  $A = (-2, 2, 1)$  en  $B = (-5, 12, 0)$ . Bereken de lengte van  $OA$ ,  $OB$  en  $AB$ .
- b) Voor de cosinus van de hoek  $\phi$  tussen twee vectoren  $a$  en  $b$  kennen we de volgende formule:

$$\cos \phi = \frac{\langle a, b \rangle}{\|a\| \|b\|}.$$

Bereken de cosinus van de hoek tussen de vectoren  $p = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  en  $q = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

- c) Beschouw de punten  $A = (1, 2)$ ,  $B = (2, 3)$ ,  $C = (0, 3)$  en  $D = (3, 0)$ . Bepaal de parametervoorstelling van de lijn door  $A$  en  $B$ , en die van de lijn door  $C$  en  $D$ . Bepaal hieruit ook hun snijpunt.

Z.O.Z.

### Opgave 2:

**A:** • Laat zien dat  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots = 2$ .

• Is  $(0.34)^n$  convergent? En  $(\frac{3}{2})^n$ ?

**B:** Beschouw de functie  $g(x) = (x^2 - 2) \sin x + x$ ,  
waarmee dekpuntiteratie  $x_{n+1} = g(x_n)$  wordt uitgevoerd.

i) Toon aan dat  $g$  een dekpunt  $s = 0$  heeft.

ii) Toon aan dat  $g$  nog twee andere dekpunten  $s$  heeft die voldoen aan  $s^2 = 2$ .

iii) Stel, we willen een benadering vinden voor  $\sqrt{2}$ . Bepaal  $g'(\sqrt{2})$ . Laat zien dat  $s = \sqrt{2}$  niet aantrekkelijk is.

### Opgave 3:

a) Definieer

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bepaal  $S^{-1}$ .

b) Beschouw de vectoren  $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \right\}$ . Vormen deze vectoren een afhankelijk stelsel? Bepaal een basis van  $L(S)$ .

Succes !