Deontische Logica

F. Veltman

§0 Vooraf

Wat vinden logici nu zo fascinerend aan het vak logica? Ongetwijfeld is deze vraag bij het maken van de zoveelste afleiding of het opstellen van het zoveelste tegenmodel wel eens bij u opgekomen. Wat u zich toen misschien niet gerealiseerd heeft, is dat u op dat moment bezig was te leren werken ~~met~~ een logische theorie en dat die logische theorie niet zomaar uit de lucht is komen vallen. Logica is een vervelend vak – tenzij elke som sowieso een uitdaging voor je is – zolang je niets anders aan het doen bent dan te leren wat anderen hebben uitgevonden. Leuker wordt het al als je zover bent dat je die uitvindingen van anderen op hun merites kunt gaan beoordelen, en het allerleukste is het om zelf te proberen iets beters te bedenken.

In deze cursus zijn we erop uit de student te laten kennismaken met de laatste twee aspecten van de logicabeoefening. Dat is in deze begeleidende syllabus niet helemaal uit de verf gekomen. Weliswaar wordt er uitgebreid aandacht besteed aan de tekortkomingen van de verschillende theorieën die aan de orde komen, en aan de beperkingen van de verschillende manieren waarop je zo'n theorie kunt maken, maar van de stap van de ene theorie naar andere ~~en~~ de stap van de ene aanpak naar de andere zult u toch alleen maar de sporen, in de vorm van alweer een definitie of de zoveelste toelichting, kunnen terugvinden.

Een tweede verschil tussen deze cursus en de voorgaande is te vinden in het soort ~~van~~ logica's dat we zullen bekijken. Die logica's zijn namelijk "intensioneel" terwijl de logica's die u tot nu gezien heeft, alle onder het hoofdje "extensioneel" te vangen zijn. Wat is het verschil? Ruwweg het volgende: een logica heet extensioneel als de volgende bewering opgaat: als je in een uitdrukking u van de talen in kwestie, een willekeurige uitdrukking v door een uitdrukking v' met dezelfde extensie als v vervangt, dan heeft de resulterende uitdrukking u' dezelfde extensie als u. Voorbeeld: de klassieke voegwoorden logica is extensioneel want als je in een zin φ een subzin ψ door een zin ψ' met dezelfde waarheidswaarde (= extensie) vervangt dan heeft de resulterende zin φ' dezelfde waarheidswaarde als de oorspronkelijke zin φ. Voor de logica's die in deze cursus aan de orde komen, gaat de bovenstaande bewering niet op, ze zijn dus niet extensioneel.

We zullen echter zien dat ze wel de eigenschap hebben dat vervanging in een zin φ van een subzin ψ door een zin ψ' met dezelfde intensie – ruwweg: dezelfde betekenis – als ψ, een zin φ' oplevert die dezelfde intensie heeft als de oorspronkelijke zin φ.

Logische theorieën worden opgesteld om inzicht te verkrijgen in het logische gedrag van een bepaald soort van uitdrukkingen. Dat in deze cursus de keuze is gevallen op normatieve uitdrukkingen is betrekkelijk toevallig. We zouden onze doelstellingen waarschijnlijk net zo goed kunnen bereiken in een cursus tijdslogica, modale logica of epistemische logica in plaats van de hier aangeboden cursus deontische logica. De overweging bij deze keuze was echter dat deze andere takken van de intensionele logica de niet louter in logica geinteresseerde filosofiestudent misschien wat minder aan zouden spreken.

Bij het voorbereiden van de colleges en het schrijven van deze syllabus heb ik in hoofdzaak gebruik gemaakt van de volgende literatuur:

- *Deontic Logic. Introductory and Systematic Readings*. Edited by R. Hilpinen. Reidel, Dordrecht 1971
- Hughes, G.E & M.J. Cresswell, *An Introduction to Modal Logic*. Methuen, London, reprinted with corrections 1972.
- Lewis, D.K. *Counterfactuals*. Basil Blackwell, Oxford, 1973.

Ik zal in het volgende niet expliciet naar bovenstaande literatuur verwijzen, ook niet waar ik sommige passages haast letterlijk heb overgenomen.

Hoofdstuk I Syntaktische Aanpak

Het is niet de bedoeling dat u de theorieën die in deze paragraaf aan de orde komen, van buiten leert. Waar het om gaat, is dat u zich een indruk vormt van de werkwijze van de ter sprake komende filosofen en dat u zich de tekortkomingen van die werkwijze realiseert.

§1 Mally en zijn opvolgers

De eerste filosoof die probeerde een logische theorie met betrekking tot normatief taalgebruik op te stellen, was Ernst Mally, een leerling van Alexius Meinong. In zijn boek *Grundgesetze des Sollens: Elemente des Wollens* (Graz, 1926) presenteerde hij een axiomasysteem voor de frase "het is verplicht om te bewerkstelligen dat..."

Hopelijk kent u nog uit de cursus logica I de natuurlijke deductieregels voor de klassieke voegwoordenlogica: tien afleidingsregels geformuleerd voor talen waarin uitgaande van zogenaamde atomaire zinnen met behulp van één unair voegwoord, dat de rol van de negatie speelt (we zullen dat voegwoord hier aangeven met het teken "¬"), en drie binaire voegwoorden met de rol van de disjunctie, de conjunctie, en de (materiële) implicatie (die we zullen aangeven met respectievelijk de tekens "V", "&" en "→") complexere zinnen gevormd kunnen worden.

Welnu, wat Mally deed kunnen we nu als volgt beschrijven: hij ging uit van net zo'n systeem voor de klassieke voegwoordenlogica (weliswaar niet precies hetzelfde systeem als dat uit logica I, maar wel een volkomen gelijkwaardig systeem) en voerde om te beginnen een nieuw unair voegwoord in (we zullen dat voegwoord aangeven met de letter "O" en zinnen van de vorm $O\varphi$ lezen als "het is verplicht (om te bewerkstelligen) dat φ"); vervolgens poogde hij in een aantal axioma's de betekenis van dat nieuwe voegwoord O vast te leggen.

De functie van die axioma's is de volgende: ze kunnen ten alle tijde als een extra assumptie in een afleiding die verder geheel volgens de regels van de klassieke voegwoordenlogica verloopt, gebruikt worden. Zo ontstaat er vanzelf een nieuw afleidingssysteem, niet alleen voor de klassieke voegwoorden maar ook voor het nieuwe voegwoord O

We zullen die axioma's voor O eens nader bekijken.

(A1) $((\varphi \to O\psi) \& (\psi \to \chi)) \to (\varphi \to O\chi)$

Wat hier staat klinkt heel plausibel als je zoals Mally $(\varphi \to O\psi)$ leest als "φ verplicht tot ψ" en $(\psi \to \chi)$ als "ψ impliceert χ" en dan $(\varphi \to O\chi)$ weer als "φ verplicht tot χ". Het lijkt dus geen kwaad te kunnen als we toelaten dat elke zin met de bovenstaande vorm[1] voortaan in elk bewijs als een theorema opgevoerd mag worden.

(A2) $((\varphi \to O\psi) \& (\varphi \to O\chi)) \to (\varphi \to O(\psi \& \chi))$

We lezen met Mally mee: "Als φ tot ψ verplicht en φ tot χ verplicht, dan verplicht φ tot ψ en χ." Ook dat klinkt heel aannemelijk.

(A3) $(\varphi \to O\psi) \leftrightarrow O(\varphi \to \psi)$

Mally: "Als φ tot ψ verplicht, dan is het verplicht om te bewerkstelligen dat als φ het geval is, ψ ook het geval is. En omgekeerd."

De volgende axioma's verdienen wat meer aandacht. Volgens Mally is een van de trivialiteiten die je met betrekking tot de uitdrukking "het is verplicht om te bewerkstelligen dat ..." kunt uiten, de volgende: "het is verplicht om de ideale situatie te bewerkstelligen". Het probleem is echter dat we die trivialiteit niet in de formele talen waarmee we op het ogenblik werken, kunnen uitdrukken. Mally voegt daarom nog een nieuwe logische constante aan de talen van de voegwoordenlogica toe, geen voegwoord dit keer, maar een speciale atomaire zin, die we zullen aangeven met de letter "u". De bedoeling is dat deze atomaire zin binnen de formele talen de rol zal spelen die de zin "de meest ideale situatie doet zich voor" speelt binnen de natuurlijke taal. Het lijkt dan niet zo gek om de volgende axioma's aan de voorgaande toe te voegen:

(A4) Ou

en

(A5) $\neg(u \to O\neg u)$

Het eerste axioma verwoordt dat de meest ideale situatie nagestreefd dient te worden terwijl het tweede in Mally's ogen een soort consistentie principe voor het begrip "verplichting" vastlegt: de meest ideale situatie verplicht niet tot

[1] Elke zin van de betreffende vorm is een *axioma*, de vorm zelf is een zogenaamd *axiomaschema*. Met (A1), en ook met (A2) en (A3) ~~legg~~ worden in één keer oneindig veel axioma's vastgelegd.

het bewerkstelligen van een situatie die daarmee in strijd is.
Tot slot: volgens Mally is het verplicht om te bewerkstelligen dat ψ als elke φ tot ψ verplicht. We kunnen derhalve nog de volgende afleidingsregel aan de bovenstaande axioma's toevoegen:

(A6) Als $(\varphi \rightarrow O\psi)$ een theorema is voor elke zin φ, dan is $O\psi$ een theorema.

Tot zover deze schets van Mally's afleidingssysteem. Het zou leuk zijn als (A1) t/m (A6) voor u net zo vanzelfsprekend klinken als voor Mally, want dan zal de volgende mededeling voor u des te verrassender zijn.
Binnen Mally's systeem is $(O\varphi \leftrightarrow \varphi)$ een theorema; m.a.w. als je (A1) t/m (A6) accepteert en ook de u al bekende afleidingsregels voor de klassieke voegwoordenlogica, dan kun je er niet onder uit dat je vindt dat alles wat het geval is, ook het geval hoort te zijn en omgekeerd dat alles wat het geval hoort te zijn, ook het geval is. Het moet duidelijk zijn dat dit resultaat fataal is voor Mally's theorie; normatief taalgebruik zou op deze manier volkomen overbodig zijn.
Hier volgen de twee bewijzen die nodig zijn om de logische equivalentie van een zin φ met de zin $O\varphi$ binnen dit systeem aan te tonen. Ga na dat er in deze bewijzen inderdaad geen andere afleidingsregels en/of axioma's gebruikt worden dan die uit de klassieke voegwoordenlogica en de bovenstaande.

1	$O\varphi$	ass
2	$\neg\varphi$	ass
3	u	ass
4	$O\varphi$	1, herh
5	$u \rightarrow O\varphi$	I →
6	φ	ass
7	$\bot$	2,6 I ⊥
8	$\neg u$	7 G ⊥
9	$\varphi \rightarrow \neg u$	I →
10	$(u \rightarrow O\varphi) \& (\varphi \rightarrow \neg u)$	5, 9 I &
11	$((u \rightarrow O\varphi) \& (\varphi \rightarrow \neg u)) \rightarrow u \rightarrow O\neg u$	Axioma 1
12	$u \rightarrow O\neg u$	10,11 G →
13	$\neg(u \rightarrow O\neg u)$	Axioma 5
14	$\bot$	12,13 I ⊥
15	$\neg\neg\varphi$	I ¬
16	φ	15 ¬¬ regel
17	$O\varphi \rightarrow \varphi$	I →

1	ψ	ass
2	Ou	Axioma 4
3	$\psi \to Ou$	I→
4	Ou	ass
5	φ	ass
6	φ	herh, 5
7	$\varphi \to \varphi$	I→
8	$Ou \to (\varphi \to \varphi)$	I→
9	$(\psi \to Ou) \,\&\, Ou \to (\varphi \to \varphi)$	I&, 8en3
10	$((\psi \to Ou) \,\&\, Ou \to (\varphi \to \varphi)) \to (\psi \to O(\varphi \to \varphi))$	Axioma 1
11	$\psi \to O(\varphi \to \varphi)$	G→, 9en10
12	$O(\varphi \to \varphi)$	'Axioma' 6, 12
13	$O(\varphi \to \varphi) \to (\varphi \to O\varphi)$	Axioma 3
14	$\varphi \to O\varphi$	G→, 12en13

Waar maakte Mally fouten? Zijn voornaamste vergissingen lijken de volgende:

- Bij het plausibel maken van A1 hebben we in het voetspoor van Mally $(\psi \to \chi)$ gelezen als "ψ impliceert χ". De frase "impliceert" is echter berucht om zijn dubbelzinnigheid; binnen de natuurlijke taal betekent "ψ impliceert χ" gewoonlijk zoiets als "χ volgt logisch uit ψ", in ieder geval iets veel sterkers dan de materiele implicatie die in de formele vertaling optreedt.
Merk op dat als alle zinnen van de vorm $((\varphi \to O\psi) \,\&\, (\psi \to \chi)) \to (\varphi \to O\chi)$ axioma's zijn, ook alle zinnen van de vorm $((\varphi \to O{-}\varphi) \,\&\, ({-}\varphi \to \varphi)) \to (\varphi \to O\varphi))$ axioma's zijn. Laten A en $O\neg A$ nu allebei waar zijn (A is bijvoorbeeld de formele vertaling van "de werkeloosheid is groot). In dat geval zijn ook $(A \to O\neg A)$ en $({-}A \to A)$ waar. Op grond van ons axiomaschema is dan ook $(A \to OA)$ waar, en een modus ponens leert ons dat dan ook OA waar is. M.a.w.: omdat de werkeloosheid groot is en omdat we verplicht zijn te bewerkstelligen dat die werkeloosheid niet groot is, zouden we verplicht zijn te bewerkstelligen dat de werkeloosheid groot is. Dit is natuurlijk niet acceptabel.
- Een andere ongelukkige formele vertaling is ongetwijfeld de vertaling die Mally kiest half formele uitdrukking "φ verplicht tot χ". Dat $(\varphi \to O\chi)$ niet als vertaling in aanmerking komt moge blijken uit het feit dat enerzijds uit de waarheid van $-(\varphi \to O\chi)$ de waarheid van φ volgt, terwijl anderzijds de waarheid van "het is niet zo dat φ" best verenigbaar lijkt met de waarheid van "het is niet zo dat φ tot χ verplicht" (Bedenk zelf een voorbeeld).
Mally's onzekerheid op dit punt wordt overigens prachtig geillustreerd door (A3):

In de meer recente literatuur op het gebied van de deontische logica wordt uitgebreid aandacht besteed aan de frase " φ verplicht tot χ " en zowel de vertalingen $\varphi \rightarrow O\chi$ als $O(\varphi \rightarrow \chi)$ zijn herhaaldelijk voorgesteld, maar tenslotte allebei verworpen; we komen hier nog uitgebreid op terug.

Mally's logische systeem is van vele kanten bekritiseerd, en vele verbeteringen voor zijn systeem zijn voorgesteld. Toch duurde het tot 1951 voordat er een deontisch systeem werd gepresenteerd dat levensvatbaar bleek. Ik doel hier op het systeem dat voorgesteld is door G.H. von Wright in zijn nu klassieke artikel *Deontic Logic*.
Von Wright merkte op dat er een belangrijke analogie bestaat tussen de deontische noties "verplicht" en "geoorloofd" aan de ene kant en de modale noties "noodzakelijk" en "mogelijk" aan de andere. "Verplicht" en "geoorloofd" staan in dezelfde logische verhouding tot elkaar als "noodzakelijk" en "mogelijk". Het was al lang bekend dat "noodzakelijk" in termen van "mogelijk" gedefinieerd kan worden en omgekeerd: "het is noodzakelijk dat φ" betekent hetzelfde als "het is niet mogelijk dat niet φ" en "het is mogelijk dat φ" betekent hetzelfde als "het is niet noodzakelijk dat niet φ". Zo ook: "het is verplicht om te bewerkstelligen dat φ" betekent hetzelfde als "het is niet geoorloofd om te bewerkstelligen dat niet φ" en "het is geoorloofd om te bewerkstelligen dat φ" betekent hetzelfde als "het is niet verplicht om te bewerkstelligen dat niet φ."
Wanneer we nu O en P - lees $P\varphi$ als "het is geoorloofd (om te bewerkstelligen) dat φ" - als nieuwe voegwoorden aan een klassiek voegwoordenlogisch systeem toevoegen, dan kunnen we de bovenstaande observatie als volgt in een eerste axiomaschema vastleggen:

(B1) $(P\varphi \leftrightarrow \neg O \neg \varphi)$

Een zeer plausibel volgend axiomaschema lijkt verder:

(B2) $(O\varphi \rightarrow P\varphi)$

terwijl ook de geldigheid van

(B3) $O(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (O\varphi \rightarrow O\psi)$

door niemand betwijfeld zal worden. (Merk op dat hier niets anders staat dan $(O\varphi \,\&\, O(\varphi \rightarrow \psi)) \rightarrow O\psi$, hetgeen weer equivalent is met $(O\varphi \,\&\, \neg P(\varphi \,\&\, \neg\psi)) \rightarrow O\psi$.
Dit kunnen we lezen als: als het verplicht is om te bewerkstelligen dat φ en het bovendien niet geoorloofd is om φ te bewerkstelligen en ψ niet, dan is het verplicht om te bewerkstelligen dat ψ.

Voegen we dan tot slot nog de volgende afleidingsregel aan deze drie axioma-schema's toe:

(B4) Als φ een theorema is, dan is ook $O\varphi$ een theorema,

dan hebben we een axiomasysteem beschreven dat (in combinatie met een afleidingssysteem voor de klassieke voegwoordenlogica – wij nemen daarvoor het systeem uit logica I) bekend staat als *het standaardsysteem* van de monadisch deontische logica [1])

Om alle misverstanden te vermijden: dit standaardsysteem is niet precies hetzelfde systeem als dat van von Wright uit 1951. Hij zou met name een vraagteken zetten bij (B4). Merk op dat op grond van (B4) o.a. $O(\varphi \vee \neg\varphi)$ een deontologisch theorema is. Kennelijk is het eenieders plicht om voor elke φ te bewerkstelligen dat φ of niet φ. Nu is dit een tamelijk onschuldige verplichting, het is immers een verplichting die je onmogelijk niet kan nakomen, maar toch is deze verplichting en daarmee (B4) voor von Wright niet acceptabel. Hij is van mening dat het logisch mogelijk moet zijn dat er helemaal niets verplicht is, zelfs niet het bewerkstelligen van logische waarheden. Om deze reden neemt von Wright in zijn systeem een zwakkere afleidingsregel dan (B4) op, en wel de volgende: als $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ een theorema is dan is ook $(O\varphi \leftrightarrow O\psi)$ een theorema.

§2 Beperkingen van de Syntaktische Aanpak

Binnen het vak logika heeft men lange tijd het methodologisch principe gehuldigd dat een logische theorie er als volgt uit moet zien:

- een eerste onderdeel dient een beschrijving van een taal of taalvorm te zijn, die voldoende nauwkeurig is om eenduidig vast te kunnen stellen welk soort van redeneringen er door de theorie bestreken worden.
- een tweede onderdeel dient te bestaan uit een eenduidige bepaling van wat een correct bewijs binnen de taal of de taalvorm in kwestie is. Dat doet men door een eindig stelsel van axiomaschema's en afleidingsregels te specificeren.

De theorieën die we in §1 besproken hebben, kunnen als voorbeeld dienen van theorieën die aan de gestelde voorwaarden voldoen. We hebben gezien dat de kardinale vraag waar de opstellers van zo'n theorie op stuiten, is welke axiomaschema's en welke afleidingsregels in het afleidingssysteem moeten worden opgenomen.

De bedoeling is natuurlijk dat de axiomaschema's en afleidingsregels die in dat afleidingssysteem worden opgenomen allemaal even plausibel en intuitief aanvaardbaar zijn. Maar we hebben gezien dat er desondanks uit zeer plausibele axioma's met behulp van zeer plausibele afleidingsregels een intuitief alles behalve aanvaardbaar theorema afleidbaar kan zijn; en wat moet je dan? Er staan twee wegen voor je open: i) Verzin een reden op grond waarvan een of meer van de in het bewijs in kwestie gebruikte afleidingsregels of axiomaschema's alsnog verworpen kunnen worden (dit is de taktiek die wij t.a.v. Mally's systeem gevolgd hebben; we hebben gesteld dat hij de verkeerde formele vertalingen koos voor zijn verder misschien uitstekende intuities m.b.t. deontische noties). Of ii): Verzin een reden op grond waarvan het intuitief onaanvaardbare theorema alsnog aanvaard kan worden (dit was de taktiek die Mally zelf t.a.v. zijn systeem en het theorema $(O\varphi \leftrightarrow \varphi)$ volgde!).

Als iedereen dezelfde intuities had met betrekking tot bijvoorbeeld normatieve noties als "verplicht" en "toegestaan" dan zou er nauwelijks behoefte zijn aan een logische theorie voor dergelijke begrippen. Die behoefte ontstaat juist daar waar volgens mijnheer Zus een bepaalde redenering waarin die noties optreden, intuitief geldig is, terwijl volgens mevrouw Zo die redenering ongeldig is. Het is dan ook niet verwonderlijk dat je als logicus, en werkend volgens de syntaktische methode, herhaaldelijk voor dat hierboven beschreven dilemma komt te staan: welke van mijn intuities kloppen niet, die t.a.v. deze toch zo plausibele axioma's en afleidingsregels of die t.a.v. dit zo implausibele theorema dat eruit volgt? En als je dan tot de conclusie komt dat er toch echt iets mis moet zijn met je axiomasysteem, dan is het lang niet altijd gemakkelijk om vast te stellen waar precies de schoen wringt. Eigenlijk is het opstellen van zo'n systeem een zeer onhandige manier om je intuïties m.b.t. de betekenis van noties als "verplicht" en "toegestaan" te expliciteren. Het opstellen van een axiomasysteem heeft alleen zin als er iets te axiomatiseren valt; als er al een ander criterium - formeel of informeel, maar in ieder geval expliciet - beschikbaar is met behulp waarvan redeneringen op hun geldigheid getoetst kunnen worden, en je een antwoord wil hebben op de vraag of er een afleidingssysteem bestaat - en zo ja welk dan - dat die notie van geldigheid dekt.

Er zijn nog meer problemen verbonden met de syntaktische methode. Het meest in het oog springend is het volgende: Wanneer kun je er eigenlijk zeker van zijn dat je theorie af is? Wanneer ben je op het punt gekomen dat je kunt zeggen: "Nu hoef ik verder niet meer naar axiomaschema's en afleidingsregels te zoeken; nu bestaat er bij elke intuïtief aanvaardbare redenering een axiomatisch bewijs"?

Deze vraag - hoe rethorisch ze ook mag klinken - verdient een genuanceerd antwoord. Soms kun je namelijk wel degelijk stellen dat je theorie af is. Immers, je wil dat je uiteindelijke afleidingssysteem ~~consistent~~ is. D.w.z. je uiteindelijke systeem zal de eigenschap moeten hebben dat voor geen enkele zin φ geldt dat er een bewijs bestaat zowel voor φ als voor zijn ontkenning $\neg\varphi$. In theorie bestaat er dus een punt waarop je kunt zeggen "nu is mijn theorie af". Op dat punt beland je namelijk zo vlug je kunt bewijzen dat je afleidingssysteem inconsistent zou worden als nog een nieuw [1] axiomaschema of een nieuwe afleidingsregel aan de schema's en regels die je al hebt, zou toevoegen. Er zijn afleidingssystemen waarvoor dat geldt, het systeem uit logica I voor de klassieke voegwoordenlogica is er een van. Het Standaardsysteem van de monadisch deontische logica heeft deze eigenschap echter niet: je zou er bijvoorbeeld best het axiomaschema $(O\varphi \rightarrow OP\varphi)$, dat niet afleidbaar is uit de andere axioma's aan toe kunnen voegen zonder dat het resulterende systeem inconsistent wordt. Maar ook als je dat schema toevoegt - vindt u het soms niet plausibel? - dan ben je er nog niet. De clou is dat je van te voren niet kan zeggen of je dat punt überhaupt wilt bereiken.

Sterker: het geval wil dat er talen bestaan waarvoor - we, uitgaande van een geëxpliciteerd geldigheidscriterium, kunnen bewijzen dat er geen eindig stelsel van axiomaschema's en afleidingsregels bestaat dat die geëxpliciteerde geldigheidsnotie precies dekt. M.a.w. de logica van die talen blijkt niet axiomatiseerbaar te zijn. Stelt u zich eens voor in de

[1] nieuw, dat wil zeggen: niet afleidbaar uit de axioma's en regels die je al hebt.

positie van iemand die met de syntaktische methode een logische theorie voor zo'n taal tracht op te stellen, daarbij terugvallend op een intuïtie die precies met het geëxpliciteerde criterium overeenkomt. Zo iemand kan het punt waarop hij zou kunnen zeggen "mijn theorie is áf", dan misschien wel willen bereiken - halen doet hij het nooit.

Hoofdstuk II Semantische Aanpak

Het moet de lezer in de loop van het vorige hoofdstuk duidelijk geworden zijn dat de syntaktische aanpak niet de aangewezen manier is als het erom gaat enig inzicht in het normatief taalgebruik te krijgen. In dit hoofdstuk zullen we onze problematiek dan ook op een andere manier te lijf gaan. De volgende paragraaf is geschreven om u met deze manier te laten kennismaken [1)]

§3 Wat is formele semantiek?

Het is ongetwijfeld juist om te stellen dat de zogenaamde analytische stroming binnen de hedendaagse wijsbegeerte gekenmerkt wordt door een tomeloze belangstelling voor het verschijnsel taal. Helaas wordt met zo'n enkele opmerking nog niet duidelijk wat er zo fascinerend en filosofisch relevant is aan dat verschijnsel. Een sleutel tot een antwoord op die vraag biedt de term *conceptual scheme*, een term die steeds vaker in de publikaties van analytisch georiënteerde filosofen opduikt. Het is natuurlijk de vraag of alle auteurs deze term in dezelfde betekenis gebruiken en misschien komt het zelfs voor dat een en dezelfde auteur er verschillende betekenissen aan toekent. Hoe dit ook zij, de volgende uitspraak lijkt me voor alle lezingen op te gaan: het fascinerende van taalanalyse is dat daarmee de structuur van zo'n conceptual scheme, zo'n denkraam, geëxpliciteerd kan worden; het filosofisch relevante van die bezigheid schuilt hierin dat zo'n denkraam dikwijls voor verbetering vatbaar is en dat zo'n analyse aan kan wijzen wáár en hoe.

Onze natuurlijke taal is niet van de ene op de andere dag ontstaan; die taal is stukje bij beetje gegroeid vanaf het ogenblik waarop men ontdekte dat informatie ook via klanken overgebracht kan worden. Dit spreekt vanzelf, zoals het ook vanzelf spreekt dat die taal zich niet zelf ontwikkeld heeft maar door diezelfde "men" ontwikkeld is. Iets minder triviaal lijkt me de toevoeging dat elk nieuw stukje taal steeds bij wijze van hypothese is ingevoerd.
Ongetwijfeld hebben onze verre en minder verre voorouders – en waarom zou het met ons anders gesteld zijn – dikwijls voor het probleem gestaan dat ze iets onder woorden wilden brengen waarvoor hun taal nog geen mogelijkheden bood. Het gros van deze problemen kon waarschijnlijk worden opgelost door een nieuw woord aan die taal toe te voegen dat binnen

1) Voor sommigen onder u een hernieuwde kennismaking, maar enfin.

binnen hun denkraam dezelfde rol zou gaan spelen als een hele categorie reeds aanwezige woorden. Men denke zich bijvoorbeeld de situatie in van iemand die een nieuwe kleur ontdekt heeft en daar een nieuw woord voor invent: de hypothese dat het nuttig of zinvol is om deze speciale kleur van de andere te onderscheiden is niet stoutmoediger dan de al eerdere hypothese dat het nuttig is om welke kleur dan ook van andere kleuren te onderscheiden: het denkraam behoeft geen uitbreiding of aanpassing. Maar in andere gevallen - en als waarschijnlijk niet historische illustratie moge hier de toevoeging van comparatieven aan een taal met alleen nog adjectieven of de uitvinding van voegwoorden of werkwoordstijden, dienen - is het zeer aannemelijk dat het denkraam wel aanpassing behoefde. Men denke zich de situatie in van iemand die (wat wij kennen als) een transitieve, asymmetrische relatie probeert te beschrijven met behulp van adjectieven totdat hij tenslotte een nieuwe grammaticale categorie, de comparatief uitvindt. Het is in dit soort gevallen, dacht ik, dat we ons af moeten vragen of de gekozen oplossing wel de meest elegante voor het conceptuele probleem in kwestie is. Wat het bovenstaande voorbeeld betreft: we kunnen in ieder geval stellen dat het spreken in termen van comparatieven een hele vooruitgang is vergeleken met het spreken in termen van polaire adjectieven. Tenslotte: behalve aanpassing of uitbreiding van een reeds aanwezig denkraam, is het soms ook nodig een heel nieuw denkraam te ontwikkelen; als illustratie kan hier de ontwikkeling van de zogenaamde quantumlogica's, waarmee men probeert de problematiek binnen de quantumfysica in een daarvoor geschikter conceptueel raamwerk onder te brengen, genoemd worden.

Het bovenstaande is vooral geschreven als toelichting bij de opmerking dat de verschillende denkramen waarin wij onze kennis onder brengen, als elke andere uitvinding, voor verbetering vatbaar kunnen zijn. Maar ik hoop dat in die toelichting tevens duidelijk naar voren is gekomen dat de *grammaticale structuur* van een taal een kenmerkende trek voor het in die taal geëxploiteerde denkraam vormen

De grammaticale structuur van de taal die iemand spreekt, is niet het enige dat van belang is, als we zijn denkraam willen analyseren. Met elke taal zijn namelijk onvermijdelijk bepaalde veronderstellingen verbonden over de structuur van de werkelijkheid waar in die taal over gesproken wordt. Een kind leren spreken betekent het ertoe overhalen zijn wereldbeeld te vervangen door het onze, het leren dat er zoiets als heden, verleden en toekomst bestaan, het leren dat er individuele dingen bestaan die eigenschappen hebben en in bepaalde relaties tot elkaar kunnen staan, het leren dat die dingen van tijd tot tijd van eigenschap kunnen veranderen zonder daarmee meteen andere dingen te worden, kortom: het leren zijn

zintuiglijke ervaringen te ordenen net als wij. Met Quine kunnen we dan ook stellen: One's ~~ontology~~ is basic to the conceptual scheme by which he interprets all experiences, even the most common place ones. Judged within some particular scheme - and how else is judgment possible? - an ontological statement goes without saying, standing in need of no justification at all.
Dat kind die taal leren betekent ook het leren *hoe* met behulp van bijvoorbeeld werkwoordstijden te spreken over heden, verleden en toekomst en *hoe* met behulp van voornaamwoorden en bepaalde beschrijvingen naar die individuele dingen te verwijzen, kortom het leren *hoe* het met de grammaticale middelen van die taal over de werkelijkheid kan spreken.
Je kent iemands denkraam als je een beschrijving kan geven van de grammaticale structuur van de taal die de persoon in kwestie spreekt, van de ontologie die het gebruik van die taal met zich meebrengt, en van de wijze waarop met die taal over de werkelijkheid gesproken wordt.

Waar we in deze cursus zullen proberen zo'n denkraam te beschrijven, zullen we dat doen met de conceptuele middelen die de verzamelingenleer verschaft: onze werkelijkheid zal bestaan uit alle entiteiten die binnen de verzamelingenleer worden erkend en al onze bevindingen zullen worden uitgedrukt met de grammaticale middelen van de taal van de verzamelingenleer. Met andere woorden, onze analyses zullen steeds afgerond worden met de constructie van een verzamelingtheoretisch model.
Nu zijn er, ook in analytische kringen, filosofen die het construeren van zo'n mathematisch model voor het denkraam waar die toch zo grillige, vage en ambigue natuurlijke taal ons mee opscheept, een tot mislukking gedoemde, zo niet zinloze bezigheid achten. Het enige dat zij zinvol vinden is een informele analyse, d.w.z. een analyse binnen dezelfde natuurlijke taal. Nu lijkt het me dat een analyse van een vaag, grillig of ambigu fragment van onze natuurlijke taal met behulp van van datzelfde vage, grillige en ambigue fragment nauwelijks enige verheldering kan brengen; en voorzover die analyse verricht wordt met behulp van een ander wat minder vaag of grillig fragment van die natuurlijke taal, is er, dacht ik, geen principieel verschil aan te wijzen met onze methode.
Trouwens, ook in onze aanpak neemt de informele analyse een belangrijke plaats in. Ons doel mag dan de constructie van een verzamelingtheoretisch model zijn, het is natuurlijk maar de vraag of we dat doel zonder vallen en opstaan kunnen bereiken. Per slot van rekening kunnen we in onze formele theorie ook een verkeerd beeld schetsen van wat er in werkelijkheid aan de hand is. En als die theorie nog voor verbetering vatbaar is, dan zal alleen een *informeel experiment* in de werkelijkheid van de natuurlijke taal

dat kunnen aantonen.

Je kent iemands denkraam als je een beschrijving kunt geven van de grammaticale structuur van de taal die de persoon in kwestie spreekt, van de ontologie die het gebruik van die taal met zich meebrengt, en van de manier waarop met die taal over de werkelijkheid gesproken wordt. Nu we toegelicht hebben binnen welk denkraam wij zo'n denkraam zullen beschrijven kunnen we deze draad weer opnemen en in grove lijnen aangeven hoe zo'n verzamelingtheoretisch model van zo'n denkraam eruit zal zien.
Welnu, de grammaticale structuur van een taal kunnen we verzamelingtheoretisch het best beschrijven door een klasse van talen te definieren die met elkaar gemeen hebben dat daarin *dezelfde* categorieën van welgevormde uitdrukkingen onderscheiden kunnen worden, en dat de samengestelde uitdrukkingen van zo'n categorie *op dezelfde wijze* uit de basisuitdrukkingen van de verschillende categorieën worden opgebouwd. We hebben al in het voorbijgaan geconstateerd dat het niet zozeer de specifieke uitdrukkingen van een grammaticale categorie zijn die de structuur van een denkraam mede bepalen, maar dat louter de aanwezigheid van die categorie daarvoor belangrijk is. *Welke* comparatieven we onderscheiden is niet zo belangrijk, maar wel *dat* we ze onderscheiden. Door de grammaticale structuur van een taal als hierboven aangegeven te modelleren, kunnen we *abstraheren* van die specifieke inhoud van zo'n categorie, de grammaticale structuur van een taal wordt zo een equivalentieklasse binnen de klasse van alle mogelijke talen.
Nu is het construeren van een verzamelingtheoretisch model voor een fragment van de natuurlijke taal zoiets als het tekenen van een cartoon: je laat zoveel mogelijk weg, je overdrijft het weinige dat je overhoudt, en toch illustreert het resultaat prachtig wat er aan de hand is. In onze modeltalen zult u dan ook maar enkele van de grammaticale categorieën van het Nederlands terugvinden. Ons doel is immers enig inzicht te krijgen in normatief taalgebruik en we zullen starten met de hypothese dat het voor dat doel voldoende is uit te gaan van een indeling in de categorieën "zin", "unaire zinsoperator" en "binaire zinsoperator".
Ook de ontologie die het gebruik van een bepaalde taal met zich meebrengt zullen we specificeren als een klasse: de klasse van alle werkelijkheden die onder dezelfde ontologische vooronderstellingen mogelijk zijn. Bij het specificeren van zo'n klasse is ons uitgangspunt steeds de taal waarmee over die werkelijkheden gesproken wordt. het gaat ons om de ontologische vooronderstellingen die die specifieke taal met zich meebrengt. En aangezien we in onze verzamelingtheoretische cartoon al een hele

klasse van talen hebben ondergebracht, zullen we voor elke taal uit die klasse de klasse van alle werkelijkheden waarover je met die taal kunt spreken moeten specificeren.
U heeft met deze werkwijze al eens kennisgemaakt, en voorzover u zich dat nog niet mocht realiseren, dan zult u dat zeker doen als ik nu zeg dat we de klasse van werkelijkheden waarover je met een taal $\mathcal{L}$ kan spreken, ook wel de *modellen*[1] bij $\mathcal{L}$ noemen. U kent de modellen bij een taal $\mathcal{L}$ van de klassieke voegwoordenlogica: een werkelijkheid voor een taal $\mathcal{L}$ van de klassieke voegwoordenlogica ligt vast met een waarheidswaarde toekenning aan de atomaire zinnen van $\mathcal{L}$. De modellen bij een taal $\mathcal{L}$ van de kwantorenlogica kent u ook; zo'n model is volkomen bepaald met de keuze van een discussie domein, en een (interpretatie)functie die aan de individuele constanten van $\mathcal{L}$ entiteiten uit dat discussiedomein toekent en aan n-aire predikaten van $\mathcal{L}$ n-aire relaties binnen dat discussiedomein.

Kenmerkend voor de deontische logica, en meer in het algemeen voor de intensionele logica, is dat elk model in ieder geval een verzameling zogenaamde *mogelijke werelden* bevat. Deze mogelijke werelden figureren binnen de verzamelingtheoretische cartoon als de situaties waarmee de eventuele sprekers van de taal in kwestie, op wat voor manier dan ook in aanraking kunnen komen; het kunnen situaties zijn die ze zelf bedacht hebben, situaties die ze op het toneel zien uitgebeeld, de situaties waarin ze zich gisteren, eergisteren, vandaag of morgen bevonden, bevinden of zullen bevinden etc. etc.
Deze notie van mogelijke wereld wordt door sommige filosofen met argwaan bekeken. Zij stellen vragen als "Wat is een mogelijke wereld eigenlijk?" en "Bestaan mogelijke werelden werkelijk?". Merk op dat dit misleidende vragen zijn. Mogelijke werelden zijn verzamelingen, wiskundige entiteiten, en de vraag of die echt bestaan behoort tot de filosofie van de wiskunde; het zijn vragen voor mensen die verzamelingentheorie bestuderen en niet voor ons die er alleen maar gebruik van maken. Voor ons zijn mogelijke werelden theoretische entiteiten, die deel uit maken van een mathematisch model.
Het is natuurlijk wel correct om te vragen "Wat *modelleert* een mogelijke wereld?" en "Bestaat datgene wat een mogelijke wereld *modelleert* werkelijk?" Het antwoord op de eerste vraag hebben we hierboven, zo goed en zo kwaad als dat ging, al gegeven: elke mogelijke wereld staat model voor een logisch mogelijke situatie. Mijn antwoord op de tweede vraag luidt dat zich natuurlijk op elk moment maar hoogstens een van die situaties echt kan voordoen.

[1] Het woord "model" wordt van nu af aan dus in twee betekenissen gebruikt.

En dan de wijze waarop er met een taal over de werkelijkheid gesproken wordt. Hoe modelleren we die? Welnu, je weet *hoe* een spreker met zijn taal over de werkelijkheid spreekt als je de betekenis van een willekeurige samengestelde uitdrukking kunt bepalen gegeven de betekenis van de enkelvoudige uitdrukkingen die erin voorkomen. Let wel: het gaat ons er niet om om vast te leggen *wat* de betekenis van elke uitdrukking van die taal is. Wij zijn al dik tevreden als we weten *hoe* de betekenis van zo'n uitdrukking *afhangt* van de betekenis van de enkelvoudige uitdrukkingen die erin voorkomen; en om dat te weten te komen, is het niet perse nodig om aan te geven *wat* de betekenis van die basisuitdrukkingen is; dan is het voldoende om aan te geven welke betekenissen die basisuitdrukkingen *kunnen* hebben.

Welke betekenissen de basisuitdrukkingen van een taal kunnen hebben, hebben we al vastgelegd met de klasse modellen bij die taal. Ter illustratie: de modellen van een taal van de deontische logica bestaan behalve uit een verzameling mogelijke werelden ook nog uit een (interpretatie)functie die aan elke atomaire zin een waarheidswaarde toekent in elke mogelijke wereld. De rationale hierachter zal u duidelijk zijn als u bekend bent met de volgende slogan: Je kent de betekenis van een zin d.e.s.d.a. je weet in wat voor omstandigheden die zin waar is. Gegeven die slogan, kun je zo'n interpretatiefuntie opvatten als een functie die aan elke atomaire zin een betekenis toekent. En gegeven die slogan, kun je de semantiek voor de talen van de deontische logica afronden door voor elk model bij zo'n taal de waarheidswaarde van elke samengestelde zin m.b.t elke mogelijke wereld te specificeren op basis van de met zo'n model gegeven betekenissen van de atomaire zinnen. Voor ander talen dan die van de deontische logica geldt *mutatis mutandis* hetzelfde.

Samenvattend: een verzamelingtheoretisch model voor het met een bepaald fragment van de natuurlijke taal geassocieerde denkraam is als volgt opgebouwd:

i) De grammaticale structuur van het fragment in kwestie wordt gerepresenteerd met een klasse van talen, alle met dezelfde grammatica.

ii) De ontologie die het fragment in kwestie met zich meebrengt, wordt gerepresenteerd door voor elk van die formele talen $\mathcal{L}$ de klasse van werkelijkheden – de modellen bij $\mathcal{L}$ – te specificeren waarover je met $\mathcal{L}$ kunt spreken.

iii) De wijze waarop er met het fragment in kwestie over "de" werkelijkheid gesproken wordt, wordt gerepresenteerd door voor elke formele taal $\mathcal{L}$ en voor elk model $\mathcal{M}$ bij $\mathcal{L}$ de betekenis van de samengestelde uitdrukkingen van $\mathcal{L}$ te specificeren op basis van de met $\mathcal{M}$ gegeven betekenis van de enkelvoudige uitdrukkingen.

Tot zover deze schetsmatige explicatie van de notie "formeel denkraam". Jammer genoeg is deze definitie nog te schetsmatig om hier in ondubbelzinnige termen uit te leggen dat je, als je iemands denkraam op deze wijze hebt gemodelleerd, ook de logica kent waar die iemand zich aan te houden heeft. Maar waar als informele omschrijvingen van de notie "logische waarheid" wel de slogans "waar op grond van grammaticale vorm", "waar in elke mogelijke werkelijkheid", en "waar dankzij onze manier van spreken" opgeld doen behoeft het geen verwondering dat we met eenmaal gespecificeerde grammatica, ontologie en semantiek een wat preciesere omschrijving kunnen geven.

In het bovenstaande heb ik geprobeerd de werkzaamheden te schetsen van die logici die zich bezighouden met formele semantiek. Het werk van met name Tarski, Kripke en Montague heeft dit vak een centrale plaats bezorgd binnen het hedendaags logisch onderzoek. Tarski's semantiek voor de eerste orde predikatenlogica is een van de pijlers van de mathematische logica; Kripke heeft met zijn semantiek voor modale logica's de weg gewezen aan hen die ook ander taalgebruik dan wiskundig taalgebruik aan een formele analyse wilden onderwerpen; en Montague heeft met zijn werk een brug geslagen tussen de filosofische logica en de linguistiek.

§4 Monadische Deontische Operatoren

In deze paragraaf zullen we een eerste zeer grove reconstructie van ons normatief taalgebruik geven. Uit het voorgaande heeft de lezer kunnen opmaken dat we daartoe een grammatica, een ontologie en een semantiek moeten vastleggen die tezamen als een formele blauwdruk voor het denkraam dat we in de natuurlijke taal exploiteren, moeten kunnen doorgaan.

Met de grammatica zal de lezer niet veel moeite hebben. Hij kent de talen waarom het gaat al uit §1: het zijn gewoon de talen van de klassieke voegwoordenlogica aangevuld met twee nieuwe unaire voegwoorden; een daarvan, waarnaar we zullen verwijzen met de letter "O", wordt geacht zich te zullen gedragen als de nederlandse uitdrukking "*het is verplicht om te bewerkstelligen dat...*"; het andere, waarnaar we zullen verwijzen met de letter "P", zal model moeten kunnen staan voor de nederlandse uitdrukking "*het is toegestaan om te bewerkstelligen dat...*".

Definitie 1 *Grammatica*

Een taal $\mathcal{L}$ van de monadisch deontische logica is een viertupel $\langle AT, UN, BI, ZIN \rangle$ met de volgende eigenschappen:

- AT is een niet lege eindige verzameling symbolen. De elementen van AT noemen we "atomaire zinnen".
- UN is een verzameling van drie symbolen, die verschillen van de elementen van AT. De elementen van UN heten unaire voegwoorden en we zullen ernaar verwijzen met de tekens "$\neg$", "O" en "P".
- BI is een verzameling van vier symbolen die verschillen van de elementen van AT en UN. De elementen van BI heten binaire voegwoorden en we zullen ernaar verwijzen met de tekens "&", "v", "$\rightarrow$" en "$\leftrightarrow$".
- Laten (en) nu twee symbolen zijn die verschillen van de elementen uit AT, UN en BI. Zij U de verzameling van alle eindige rijtjes symbolen uit $AT \cup UN \cup BI \cup \{(,)\}$. ZIN, de verzameling zinnen van $\mathcal{L}$, is dan de *kleinste* deelverzameling X van U waarvoor geldt:
  - i) $AT \subset X$
  - ii) als $\varphi \in X$ en $\otimes \in UN$, dan is de concatenatie van $\otimes$ met φ een element van X

iii) als $\varphi, \psi \in X$ en $\otimes \in Bl$, dan is de concatenatie van achtereenvolgens (, φ, $\otimes$, ψ en) een element van X

Met de clausules i) t/m iii) hebben we de verzameling zinnen van een taal van de monadisch deontische logica met een zogenaamde recursieve definitie vastgelegd. Clausule i) geeft een basis aan en elk van de clausules ii) en iii) een constructie principe dat aangeeft hoe uit minder ingewikkelde zinnen ingewikkelder zinnen gemaakt kunnen worden. Merk op dat de clausules i) t/m iii) alleen voldoende voorwaarden geven voor een rij symbolen om een zin genoemd te mogen worden, ze verschaffen geen informatie over de vraag welke rijtjes symbolen *niet* tot de verzameling zinnen behoren; die informatie is vervat in de opmerking dat de verzameling zinnen de *kleinste* verzameling van rijtjes symbolen is die aan de clausules i) ii) en iii) voldoet.
Afspraak: We zullen in het volgende dikwijls schrijven "$(\varphi \to \psi)$", "$O\varphi$", "$((\varphi \vee \psi) \to \chi)$" en dergelijke, daar waar we eigenlijk zouden moeten schrijven: "de concatenatie van achtereenvolgens (, een willekeurige zin φ, $\to$, een willekeurige zin ψ en)", en "de concatenatie van O met een willekeurige zin φ", en "de concatenatie van achtereenvolgens (, (, een willekeurige zin φ, v, een willekeurige zin ψ,), $\to$, een willekeurige zin χ en)". U dient zich daarbij te realiseren dat een uitdrukking als "$(\varphi \& \psi)$" geen zin van de objecttaal is, maar een uitdrukking uit de metataal met behulp waarvan we naar bepaalde zinnen uit de objecttalen kunnen verwijzen, in dit geval naar alle zinnen die de conjunctie van twee zinnen zijn.
NB. We zullen hieronder de buitenste haakjes dikwijls weglaten.

Definitie 2 Structuren

Een structuur $\mathcal{F}$ is een tripel $\langle \mathcal{W}, w_0, \mathcal{R} \rangle$ met de volgende eigenschappen

- $\mathcal{W} \neq \Lambda$; de elementen van $\mathcal{W}$ heten mogelijke werelden.
- $w_0 \in \mathcal{W}$; w_0 wordt ook wel de actuele wereld genoemd.
- $\mathcal{R} \subset \mathcal{W} \times \mathcal{W}$; als $\langle w, w' \rangle \in \mathcal{R}$ dan zeggen we: w' is ideaal t.o.v. w

Enige toelichting is hier op zijn plaats. De rol die de elementen van $\mathcal{W}$ in onze verzamelingtheoretische cartoon spelen hebben we al in §3 besproken: elk element van $\mathcal{W}$ vertegenwoordigt een van de logisch mogelijke situaties waarnaar de eventuele sprekers van zo'n taal uit definitie 1 impliciet of expliciet kunnen verwijzen. w_0 representeert de actuele situatie, de situatie waarin de sprekers zich in feite bevinden. Wat is de rol van $\mathcal{R}$? Welnu de meeste situaties in $\mathcal{W}$, en met name de actuele wereld w_0 zullen verre van ideaal zijn; zij w nu zo'n allesbehalve ideale wereld; die werelden w' waarvoor geldt dat $\langle w, w' \rangle \in \mathcal{R}$, functioneren nu als de situaties die ideaal zijn t.o.v. w. We zeggen ook wel dat w' *deontisch perfect* is t.o.v. w. Voorlopig zullen we ons niet afvragen hoe die relatie $\mathcal{R}$ tussen die mogelijke werelden eigenlijk tot stand gekomen is, wat m.a.w. de voorwaarden zijn waaraan een wereld w' moet voldoen om deontisch perfect te zijn t.o.v. w. Ik heb er geen bezwaar tegen als u vindt dat iedereen dat zelf moet kunnen bepalen, en ook niet als u vindt dat dat afhangt van de mate waarin in die werelden w' gehoorzaamd wordt aan de wetten die in de wetboeken van w staan opgetekend. Het zal blijken dat de logica waaraan onze sprekers zich te houden hebben nauwelijks afhangt van de meta ethische positie die je in deze kwestie inneemt

Definitie 3 **Modellen**

Zij $\mathcal{L} = \langle AT, UN, BI, ZIN \rangle$ een taal (van de monadisch deontische logica[1]) en $\mathcal{F} = \langle \mathcal{W}, w_0, \mathcal{R} \rangle$ een structuur. Een *interpretatie* $\mathcal{I}$ voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ is een functie met als domein $AT \times \mathcal{W}$ en als codomein $\{0,1\}$. Als $\mathcal{I}(\varphi, w) = 1$ dan zeggen we ook wel: "φ is waar in w onder de interpretatie $\mathcal{I}$", en als $\mathcal{I}(\varphi, w) = 0$ ook wel: "φ is onwaar in w onder de interpretatie $\mathcal{I}$". Als $\mathcal{L}$ een taal is, $\mathcal{F}$ een structuur en $\mathcal{I}$ een interpretatie voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ dan heet het geordende paar $\langle \mathcal{F}, \mathcal{I} \rangle$ ook wel een *model* bij $\mathcal{L}$.

Met definitie 3 hebben we de structuren uit definitie 2 verder aangekleed. Daarmee is de behandeling van de *ontologie* die aan het hier te bespreken denkraam ten grondslag ligt formeel afgerond. De mogelijke werkelijkheden waarover men in een taal van de monadisch deontische logica kan spreken zijn nu precies beschreven: elk model is er een.

Dan is nu de *semantiek* aan de beurt:

[1] We zullen deze specificatie voortaan weglaten

Definitie 4 *Semantiek*

Zij $\mathcal{L} = \langle AT, UN, BI, ZIN\rangle$ een taal en $\mathcal{M} = \langle\langle W, w_0, R\rangle, \mathcal{I}\rangle$ een model bij $\mathcal{L}$

Zij $\varphi \in ZIN$. De *extensie in* $\mathcal{M}$ *van* φ *in de wereld* w – $Ext_m(\varphi, w)$ – is nu als volgt bepaald:

- voor alle $\varphi \in ZIN$ geldt $Ext_m(\varphi, w) \in \{0,1\}$
- als $\varphi \in AT$ dan geldt $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $\mathcal{I}(\varphi, w) = 1$
- als $\varphi = \neg\psi$ dan geldt $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w) = 0$
- als $\varphi = (\psi \& \chi)$ dan geldt $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w) = 1$ en $Ext_m(\chi, w) = 1$
- als $\varphi = (\psi \vee \chi)$ dan geldt $Ext_m(\varphi, w) = 0$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w) = 0$ en $Ext_m(\chi, w) = 0$
- als $\varphi = (\psi \to \chi)$ dan geldt $Ext_m(\varphi, w) = 0$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w) = 1$ en $Ext_m(\chi, w) = 0$
- als $\varphi = (\psi \leftrightarrow \chi)$ dan geldt $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w) = Ext_m(\chi, w)$
- als $\varphi = O\psi$ dan geldt $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w') = 1$ voor alle w' waarvoor geldt dat $\langle w, w'\rangle \in R$
- als $\varphi = P\psi$ dan geldt $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w') = 1$ voor minstens een w' waarvoor geldt dat $\langle w, w'\rangle \in R$

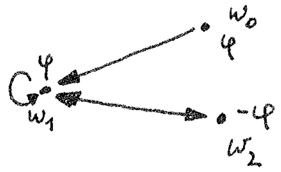
Definitie 4 vertelt hoe de waarheidswaarde die een samengestelde zin in mogelijke wereld w heeft, afhangt van de waarheidswaarde van de samenstellende zinnen in eventueel andere mogelijke werelden. Zo stelt de een na laatste clausule dat een zin $O\psi$ waar is in een mogelijke wereld w van het model waar het om gaat d.e.s.d.a. ψ waar is in alle werelden w' die deontisch perfect zijn t.o.v. w
De lezen zal de grootste moeite met het volgende hebben als hij niet met deze waarheidsdefinitie leert werken. Daartoe volgen hier twee oefeningen

Oefening 1

Zij $\mathcal{L} = \langle AT, UN, BI, ZIN\rangle$ een taal en $\varphi \in AT$. Zij $\mathcal{F} = \langle W, w_0, R\rangle$ een structuur zodanig dat $W = \{w_0, w_1, w_2\}$ en $R = \{\langle w_0, w_1\rangle, \langle w_1, w_1\rangle, \langle w_1, w_2\rangle, \langle w_2, w_2\rangle\}$
Zij $\mathcal{I}$ een interpretatie voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ zodanig dat $\mathcal{I}(\varphi, w_0) = \mathcal{I}(\varphi, w_1) = 1$ en $\mathcal{I}(\varphi, w_2) =$
Zij $m = \langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle$.
Bereken $Ext_m(O\varphi, w_0)$, $Ext_m(O\varphi, w_1)$, $Ext_m(O\varphi, w_2)$, $Ext_m(P\varphi, w_0)$, $Ext_m(PO\varphi, w$
$Ext_m(OP\varphi, w_0)$ en $Ext_m(O\varphi \to P\varphi, w_0)$

Oplossing

Het is handig om een hulptekening te maken waarin u de werelden door punten voorstelt en het aanwezig zijn van de relatie R tussen twee werelden aangeeft met een pijl naar de ideale wereld. Maar ook zonder die tekening moet u



kunnen controleren dat

- $Ext_m(O\varphi, w_0) = 1$, immers $Ext_m(\varphi, w_1) = 1$ en w_1 is de enige $w \in W$ met $\langle w_0, w\rangle \in R$
- $Ext_m(O\varphi, w_1) = 0$, immers $Ext_m(\varphi, w_1) = 0$ en $\langle w_1, w_1\rangle \in R$
- $Ext_m(O\varphi, w_2) = 1$, immers $Ext_m(\varphi, w_1) = 1$ en w_1 is de enige $w \in W$ met $\langle w_2, w\rangle \in R$
- $Ext_m(P\varphi, w_0) = 1$, immers $Ext_m(\varphi, w_1) = 1$ en $\langle w_0, w_1\rangle \in R$
- $Ext_m(PO\varphi, w_0) = 0$, immers $Ext_m(O\varphi, w_1) = 0$ en w_1 is de enige $w \in W$ met $\langle w_0, w\rangle \in R$
- $Ext_m(OP\varphi, w_0) = 1$, immers $Ext_m(P\varphi, w_1) = 1$ etc.
- $Ext_m(O\varphi \to P\varphi, w_0) = 1$, immers $Ext_m(P\varphi, w_0) = 1$.

Oefening 2

Zij $\mathcal{L} = \langle AT, UN, BI, ZIN\rangle$ een taal en $\mathcal{F} = \langle W, w_0, R\rangle$ een structuur zodanig dat $W = \{w_0, w_1, w_2\}$ en $R = \{\langle w_0, w_1\rangle, \langle w_0, w_2\rangle, \langle w_1, w_1\rangle, \langle w_2, w_2\rangle\}$. Zij $\mathcal{I}$ een interpretatie voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ zodanig dat $\mathcal{I}(\varphi, w_0) = 0$, $\mathcal{I}(\varphi, w_1) = \mathcal{I}(\varphi, w_2) = 1$, $\mathcal{I}(\psi, w_0) = \mathcal{I}(\psi, w_1) = 1$ en $\mathcal{I}(\psi, w_2) = 0$. Zij $\mathcal{M} = \langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle$
Bereken $Ext_m(O\varphi \to P\psi, w_1)$, $Ext_m(P(\varphi \& \psi), w_2)$, $Ext_m(O(\varphi \to P\psi), w_0)$ en $Ext_m(PO\psi, w_0)$.

Oplossing

Doe zelf.

Definitie 5 Logische Noties

- Zij $\mathcal{L} = \langle AT, UN, BI, ZIN\rangle$ een taal. Een *redenering* in $\mathcal{L}$ is een geordend paar $\langle \Pi, \varphi\rangle$ met $\Pi \subset ZIN$ en $\varphi \in ZIN$. De elementen van Π heten de *premissen* van de redenering $\langle \Pi, \varphi\rangle$ en φ de *conclusie*. Als $\langle \Pi, \varphi\rangle$ een redenering is dan schrijven we ook wel "Π/φ" i.p.v. "$\langle \Pi, \varphi\rangle$".
- Zij Π/φ een redenering in een taal $\mathcal{L}$. Zij $\mathcal{M} = \langle\langle W, w_0, R\rangle, \mathcal{I}\rangle$ een model bij $\mathcal{L}$. Π/φ wordt *geverifieerd door* $\mathcal{M}$ d.e.s.d.a. voor alle $w \in W$ geldt: als $Ext_m(\psi, w) = 1$ voor alle $\psi \in \Pi$, dan $Ext_m(\varphi, w) = 1$.
- Zij φ een zin van een taal $\mathcal{L}$. Zij $\mathcal{M} = \langle\langle W, w_0, R\rangle, \mathcal{I}\rangle$ een model bij $\mathcal{L}$.
  φ wordt *geverifieerd door* $\mathcal{M}$ d.e.s.d.a. Λ/φ door $\mathcal{M}$ geverifieerd wordt, d.w.z. d.e.s.d.a. voor alle $w \in W$ geldt: $Ext_m(\varphi, w) = 1$.
- Zij Π/φ een redenering in een taal $\mathcal{L}$. Zij $\mathcal{F}$ een structuur.
  Π/φ is *geldig op* $\mathcal{F}$ d.e.s.d.a. voor alle interpretaties $\mathcal{I}$ voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ geldt dat Π/φ wordt geverifieerd door $\langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle$.

- Zij φ een zin van een taal $\mathcal{L}$. Zij $\mathcal{F}$ een structuur.
  φ is *geldig op* $\mathcal{F}$ d.e.s.d.a. voor alle interpretaties $\mathcal{I}$ voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ geldt dat φ geverifieerd wordt door $\langle \mathcal{F}, \mathcal{I} \rangle$.
- Zij Π/φ een redenering in een taal $\mathcal{L}$. Zij $\mathcal{K}$ een klasse van structuren
  Π/φ is *geldig binnen* $\mathcal{K}$ d.e.s.d.a. Π/φ geldig is op alle $\mathcal{F} \in \mathcal{K}$
- Zij φ een zin van een taal $\mathcal{L}$. Zij $\mathcal{K}$ een klasse van structuren.
  φ is *geldig binnen* $\mathcal{K}$ – ook wel: φ is *een tautologie binnen* $\mathcal{K}$ – d.e.s.d.a. φ geldig is op alle $\mathcal{F} \in \mathcal{K}$
  φ *karaktiseert* $\mathcal{K}$ d.e.s.d.a. φ geldig is op alle $\mathcal{F} \in \mathcal{K}$ en ongeldig op alle $\mathcal{F} \notin \mathcal{K}$.

Definitie 6

Zij $\mathcal{F} = \langle W, w_0, R \rangle$ een structuur
$\mathcal{F}$ is *reflexief* d.e.s.d.a. voor alle $w \in W$ geldt dat $\langle w, w \rangle \in R$
$\mathcal{F}$ is *irreflexief* d.e.s.d.a. voor alle $w \in W$ geldt dat $\langle w, w \rangle \notin R$
$\mathcal{F}$ is *zwakreflexief* d.e.s.d.a. voor alle $w, w' \in W$ geldt: als $\langle w, w' \rangle \in R$, dan $\langle w', w' \rangle \in R$
$\mathcal{F}$ is *symmetrisch* d.e.s.d.a. voor alle $w, w' \in W$ geldt: als $\langle w, w' \rangle \in R$, dan $\langle w', w \rangle \in R$
$\mathcal{F}$ is *asymmetrisch* d.e.s.d.a. voor alle $w, w' \in W$ geldt: als $\langle w, w' \rangle \in R$, dan $\langle w', w \rangle \notin R$
$\mathcal{F}$ is *antisymmetrisch* d.e.s.d.a. voor alle $w, w' \in W$ geldt: als $\langle w, w' \rangle \in R$ en $\langle w', w \rangle \in R$, dan $w' = w$
$\mathcal{F}$ is *zwak-symmetrisch* d.e.s.d.a. voor alle $w, w', w'' \in W$ geldt: als $\langle w, w' \rangle \in R$ en $\langle w, w'' \rangle \in R$, dan $\langle w', w'' \rangle \in R$
$\mathcal{F}$ is *transitief* d.e.s.d.a. voor alle $w, w', w'' \in W$ geldt: als $\langle w, w' \rangle \in R$ en $\langle w', w'' \rangle \in R$, dan $\langle w, w'' \rangle \in R$
$\mathcal{F}$ is *voortzettend* d.e.s.d.a. er voor alle $w \in W$ minstens een $w' \in W$ bestaat zodanig dat $\langle w, w' \rangle \in R$
$\mathcal{F}$ is *sterk samenhangend* d.e.s.d.a. voor alle $w, w' \in W$ geldt: $\langle w, w' \rangle \in R$ of $\langle w', w \rangle \in R$

Ik hoop dat het de lezer gelukt is zich door deze definities heen te bijten. De volgende voorbeelden maken duidelijk waarvoor ze goed zijn.

Voorbeeld 1

Zij φ een zin van een taal $\mathcal{L}$. De zin $(O\varphi \to P\varphi)$ karaktiseert de klasse van voortzettende structuren.

Bewijs:

We moeten laten zien: i) $(O\varphi \to P\varphi)$ is geldig op alle voortzettende structuren ii) $(O\varphi \to P\varphi)$ is ongeldig op alle niet voortzettende structuren.

ad i) Neem aan dat $(O\varphi \to P\varphi)$ niet geldig is op alle voortzettende structuren. Dan bestaat er, zo leert def. 5, een voortzettende structuur $\mathcal{F} = \langle W, w_0, R \rangle$ en een interpretatie $\mathcal{I}$ voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ zodanig dat voor $\mathcal{M} = \langle \mathcal{F}, \mathcal{I} \rangle$ een $w \in W$ te vinden is met:

$Ext_{\mathcal{M}}((O\varphi \to P\varphi), w) = 0$. Dan geldt, op grond van def 4, dat $Ext_{\mathcal{M}}(O\varphi, w) = 1$ en $Ext_{\mathcal{M}}(P\varphi, w) = 0$. Als $Ext_{\mathcal{M}}(P\varphi, w) = 0$ dan is er *geen* $w' \in \mathcal{W}$ zodanig dat $\langle w, w' \rangle \in \mathcal{R}$ en $\mathcal{I}(\varphi, w') = 1$. Als $Ext_{\mathcal{M}}(O\varphi, w) = 1$ dan geldt $\mathcal{I}(\varphi, w') = 1$ voor *alle* $w' \in \mathcal{W}$ met $\langle w, w' \rangle \in \mathcal{R}$.
Deze twee uitkomsten kunnen alleen beide juist zijn als er geen w' bestaat zodanig dat $\langle w, w' \rangle \in \mathcal{R}$. Echter uit het gegeven dat $\mathcal{F}$ voortzettend is volgt dat er wel een w' met $\langle w, w' \rangle \in \mathcal{R}$ bestaat. Contradictie.

ad ii) Laat $\mathcal{F} = \langle \mathcal{W}, w_0, \mathcal{R} \rangle$ een willekeurige niet voortzettende structuur zijn. We mogen er dus van uit gaan dat er een $w \in \mathcal{W}$ te vinden is zodanig dat voor alle $w' \in \mathcal{W}$ geldt $\langle w, w' \rangle \notin \mathcal{R}$. Definitie 5 leert dat we moeten laten zien dat er een interpretatie $\mathcal{I}$ voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ te vinden is zodanig dat $Ext_{\mathcal{M}}((O\varphi \to P\varphi, w'') = 0$ voor zekere $w'' \in \mathcal{W}$.
Welnu, laat $\mathcal{I}$ een willekeurige[1] interpretatie voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ zijn, dan geldt $Ext_{\mathcal{M}}((O\varphi \to P\varphi), w) = 0$
Immers, er zijn geen w' met $\langle w, w' \rangle \in \mathcal{R}$, dus ook geen w' zodanig dat $\langle w, w' \rangle \in \mathcal{R}$ en $Ext_{\mathcal{M}}(\varphi, w') = 1$, hetgeen betekent dat $Ext_{\mathcal{M}}(P\varphi, w) = 0$. Terwijl aan de andere kant $Ext_{\mathcal{M}}(O\varphi, w) = 1$ want voor alle $w' \in \mathcal{W}$ geldt: *als* $\langle w, w' \rangle \in \mathcal{R}$ *dan* $Ext_{\mathcal{M}}(\varphi, w') = 1$.

Opmerking De les die we uit het bovenstaande voorbeeld kunnen trekken is de volgende: als je vindt dat "Als het verplicht is om te bewerkstelligen dat φ, dan is het geoorloofd om te bewerkstelligen dat φ" een logische waarheid is, dan zit er niets anders op dan voortaan de volgende eis aan de structuren van onze formele cartoon op te leggen: voor elke situatie $w \in \mathcal{W}$, is er een situatie $w' \in \mathcal{W}$ te vinden die deontisch perfect is t.o.v. w.

Voorbeeld 2

Zij φ een atomaire zin van een taal $\mathcal{L}$. $(O\varphi \to OO\varphi)$ is niet geldig binnen de klasse van alle voortzettende structuren

Bewijs

Het is voldoende om te laten zien dat er een voortzettende structuur $\mathcal{F}$ en een interpretatie voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ bestaat zodanig dat voor $\mathcal{M} = \langle \mathcal{F}, \mathcal{I} \rangle$ geldt dat $Ext_{\mathcal{M}}((O\varphi \to OO\varphi), w) = 0$ voor zekere $w \in \mathcal{W}$.
Welnu, bekijk het volgende model: $\mathcal{W} = \{w_0, w_1, w_2\}$, $\mathcal{R} = \{\langle w_0, w_1 \rangle, \langle w_1, w_2 \rangle, \langle w_2, w_2 \rangle\}$
$\mathcal{I}(\varphi, w_1) = 1$ en $\mathcal{I}(\varphi, w_2) = 0$. $\mathcal{M} = \langle\langle \mathcal{W}, w_0, \mathcal{R} \rangle, \mathcal{I} \rangle$. Er geldt: i) $Ext_{\mathcal{M}}(O\varphi, w_0) = 1$
ii) $Ext_{\mathcal{M}}(OO\varphi, w_0) = 0$ want $Ext(O\varphi, w_1) = 0$ en $\langle w_0, w_1 \rangle \in \mathcal{R}$.
Derhalve $Ext_{\mathcal{M}}((O\varphi \to OO\varphi), w_0) = 0$

$$\begin{tikzcd} \underset{w_0}{\bullet} \arrow[r] & \overset{\varphi}{\underset{w_1}{\bullet}} \arrow[r] & \overset{\neg\varphi}{\underset{w_2}{\bullet}} \arrow[loop right] \end{tikzcd}$$

[1] Dat je hier elke willekeurige $\mathcal{I}$ kunt nemen is een toevalligheid.

Dit tweede voorbeeld dient ervoor u ervan te doordringen wat de verschillen zijn tussen de volgende soorten van opgaven:

1) opgaven waarin u moet bewijzen dat een zin φ geldig is binnen een bepaalde klasse $\mathcal{K}$ van structuren
2) opgaven waarin u moet bewijzen dat een zin φ ongeldig is binnen een bepaalde klasse $\mathcal{K}$ van structuren
3) opgaven waarin u moet laten zien dat een zin φ ongeldig is buiten een bepaalde klasse $\mathcal{K}$ van structuren

In het eerste geval (vergelijk *Voorbeeld* 1 i)) moet u laten zien dat er bij geen enkele $\mathcal{F} \in \mathcal{K}$ een model $\langle \mathcal{F}, \mathcal{I} \rangle$ te vinden is waardoor φ gefalsifieerd wordt. U bewijst dat het makkelijkst uit het ongerijmde.
In het tweede geval (vergelijk *Voorbeeld* 2) moet u laten zien dat er bij minstens een $\mathcal{F} \in \mathcal{K}$ minstens een model $\langle \mathcal{F}, \mathcal{I} \rangle$ te vinden is waardoor φ gefalsifieerd wordt. U bewijst dat het makkelijkst door dat tegenmodel te construeren.
In het derde geval (vergelijk *Voorbeeld* 1 ii)) moet u laten zien dat er bij elke $\mathcal{F} \notin \mathcal{K}$ minstens een model $\langle \mathcal{F}, \mathcal{I} \rangle$ te vinden is waardoor φ gefalsifieerd wordt. U dient dan bij een willekeurige $\mathcal{F}$ met $\mathcal{F} \notin \mathcal{K}$ een $\mathcal{I}$ te specificeren zodanig dat $Ext_{\langle \mathcal{F}, \mathcal{I} \rangle}(\varphi, w) = 0$ voor minstens een $w \in \mathcal{W}$.

Voorbeeld 3

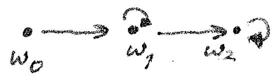
Zij φ een atomaire zin van een taal $\mathcal{L}$. $(O\varphi \to PP\varphi)$ is geldig binnen de klasse $\mathcal{K}$ van alle transitieve en voortzettende structuren, maar karakteriseert die klasse niet.

Bewijs

i) We laten eerst zien dat $(O\varphi \to PP\varphi)$ geldig is op alle $\mathcal{F} \in \mathcal{K}$.
Neem aan van niet.
Dan bestaat er een transitieve en voortzettende $\mathcal{F} = \langle \mathcal{W}, w_0, R \rangle$ zodanig dat voor zekere $\mathcal{M} = \langle \mathcal{F}, \mathcal{I} \rangle$ geldt: $Ext_{\mathcal{M}}((O\varphi \to PP\varphi), w) = 0$ voor zekere $w \in \mathcal{W}$.
Dan geldt:
a) $Ext_{\mathcal{M}}(\varphi, w') = 1$ voor alle w' met $\langle w, w' \rangle \in R$
b) $Ext_{\mathcal{M}}(P\varphi, w') = 0$ voor alle w' met $\langle w, w' \rangle \in R$, d.w.z. voor alle w' en w'' geldt: als $\langle w, w' \rangle \in R$ en $\langle w', w'' \rangle \in R$ dan $Ext_{\mathcal{M}}(\varphi, w'') = 0$
Aangezien $\mathcal{F}$ voortzettend is kunnen we er zeker van zijn dat er een $w' \in \mathcal{W}$ en een $w'' \in \mathcal{W}$ te vinden is zodanig dat $\langle w, w' \rangle \in R$ en $\langle w', w'' \rangle \in R$. Uit b) volgt nu dat $Ext_{\mathcal{M}}(\varphi, w'') = 0$. Aangezien $\mathcal{F}$ transitief is geldt ook $\langle w, w'' \rangle \in R$. Uit a)

volgt dan $Ext(\varphi, w'') = 1$. Contradictie.

ii) Beschouw de volgende structuur $\mathcal{F} = \langle W, w_0, R \rangle$: $W = \{w_0, w_1, w_2\}$; $R = \{\langle w_0, w_1\rangle, \langle w_1, w_1\rangle, \langle w_1, w_2\rangle, \langle w_2, w_2\rangle\}$. Merk op dat $\mathcal{F} \notin \mathcal{K}$.



Verder geldt:

a) $Ext_{\langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle}((O\varphi \rightarrow PP\varphi), w_0) = 1$ voor alle $\mathcal{I}$. (Neem maar aan van niet, dan geldt enerzijds $Ext_{\langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle}(O\varphi, w_0) = 1$, dus $Ext_{\langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle}(\varphi, w_1) = 1$, en anderzijds $Ext_{\langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle}(PP\varphi, w_0) = 0$, dus $Ext_{\langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle}(P\varphi, w_1) = 0$, dus $Ext_{\langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle}(\varphi, w_1) = 0$. Contradictie

b) $Ext_{\langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle}((O\varphi \rightarrow PP\varphi), w_1) = 1$ voor alle $\mathcal{I}$ (Controleer dit zelf)

c) $Ext_{\langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle}((O\varphi \rightarrow PP\varphi), w_2) = 1$ voor alle $\mathcal{I}$ (Controleer dit zelf)

Dit voorbeeld illustreert een vierde type opgave: opgaven waarin u moet bewijzen dat een bepaalde zin φ niet ongeldig is buiten een bepaalde klasse van structuren. In dat geval moet u een structuur buiten die klasse zoeken waarop de zin φ in kwestie geldig is

Opgave 1

Zij φ een atomaire zin van een taal $\mathcal{L}$. Bewijs dat

i) $(O\varphi \rightarrow OO\varphi)$ de klasse van transitieve structuren karakteriseert

ii) $O(O\varphi \rightarrow \varphi)$ de klasse van zwakreflexieve structuren karakteriseert

iii) $(P\varphi \rightarrow OP\varphi)$ de klasse van zwaksymmetrische structuren karakteriseert

Opgave 2 [1]

i) Geef een zin die de klasse van alle reflexieve structuren karakteriseert

ii) Geef een zin die de klasse van alle symmetrische structuren karakteriseert

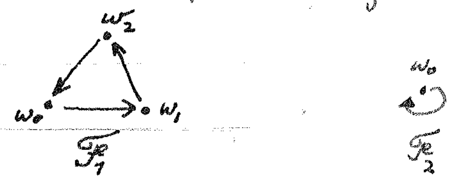
Opgave 2 is heel wat moeilijker dan opgave 1. Nog moeilijker zou het geweest zijn als er gevraagd was het volgende te bewijzen:

Voorbeeld 4

Er is geen zin φ die de klasse van alle asymmetrische structuren karakteriseert. Het bewijs van deze bewering hoort niet tot de stof van deze cursus. U hoeft slechts

[1] Opgaven als deze zullen niet op het tentamen gegeven worden

op te merken dat het probleem hier is te laten zien dat er geen zin φ bestaat die geldig is op *alleen* de asymmetrische structuren
(Voor de nieuwsgierigen: het bewijs komt erop neer dat je laat zien dat elke zin φ die geldig is op de nevenstaande structuur $\mathfrak{F}_1$, die asymmetrisch is, ook geldig is op de structuur $\mathfrak{F}_2$, die niet asymmetrisch is)



Met de voorgaande discussie moet het de lezer duidelijk geworden zijn dat met wisselende eigenschappen van de structuren, steeds andere zinnen (en redeneringen) geldig worden. Daarom moeten we ons nu eens ernstig af gaan vragen welke eisen wij aan onze structuren zullen moeten stellen, gegeven het feit dat de relatie R daarbinnen model moet kunnen staan voor het begrip 'deontische perfect'.
Het is natuurlijk onzin om aan te nemen dat elke structuur reflexief is. In dat geval zou elke wereld deontisch perfect zijn t.o.v. zich zelf, en daarmee zou onze cartoon wel een zeer vertekend beeld van de werkelijkheid geven. Ook irreflexiviteit valt af – een deontisch perfecte wereld kan toch wel deontisch perfect zijn t.o.v. zichzelf?, en om redenen die u zelf kan verzinnen ook symmetrie, asymmetrie, antisymmetrie, en sterke samenhangendheid. Wel in aanmerking komen:

i) Voortzetendheid. Dit hebben we al besproken bij *Voorbeeld* 1.
ii) Zwakke Reflexiviteit. Of kan volgens u een situatie die niet ideaal is t.o.v. zichzelf, best ideaal zijn t.o.v. een andere situatie?
iii) Transitiviteit. Er zou toch iets niet kloppen als je vanuit een situatie w eerst een situatie w' zou realiseren die ideaal is t.o.v. w, vervolgens door zou stoten naar een situatie w'' die ideaal is t.o.v. w', om dan tot de conclusie te moeten komen dat die situatie w'' niet meer ideaal is t.o.v. w.
iv) Zwakke Symmetrie. Verzin de motivatie zelf.

De lezer moet zelf maar bepalen welke combinatie van deze eigenschappen hij het meest plausibel vindt. Wij vermelden hier nog slechts een paar feiten:
i) Het is bewezen dat alle redeneringen waarvoor een axiomatisch bewijs bestaat in het *Standaardsysteem* (zie §1) geldig zijn in de klasse van alle voortzettende structuren. En andersom: voor alle redeneringen die geldig zijn in de klasse van alle voortzettende structuren bestaat een bewijs in het standaardsysteem.

ii) Als men aan het standaardsysteem een of meer van de volgende axiomaschema's toevoegt : $(O\varphi \Rightarrow OO\varphi)$, $O(O\varphi \Rightarrow \varphi)$, $(P\varphi \Rightarrow OP\varphi)$, dan verkrijgt men een axiomasysteem dat *geldig* en *volledig* is t.o.v. alle structuren die behalve voortzettendheid ook nog de eigenschappen hebben die door de gekozen schema's worden gekarakteriseerd (zie Opgave 1). Bijvoorbeeld : Als men aan het standaardsysteem de axiomaschema's $(O\varphi \Rightarrow OO\varphi)$ en $O(O\varphi \Rightarrow \varphi)$ toevoegt dan geldt voor het resulterende systeem : Alle redeneringen waarvoor een bewijs bestaat binnen dat systeem, zijn geldig binnen de klasse van alle voortzettende, transitieve en zwakreflexieve structuren; en alle redeneringen die geldig zijn binnen de klasse van alle voortzettende, transitieve en zwakreflexieve structuren zijn bewijsbaar binnen dat systeem.

De bewijzen van deze feiten komen pas aan de orde in de doctoraalstudie. Hier volgt nog wat gewone oefenstof, iets moeilijker dan de voorgaande

Opgave 3

Laten φ en ψ zinnen zijn van een taal $\mathcal{L}$. φ en ψ heten *logisch equivalent* binnen $\mathcal{K}$ d.e.s.d.a $(\varphi \Leftrightarrow \psi)$ een tautologie binnen $\mathcal{K}$ is.
Zij $\mathcal{K}$ de klasse van alle voortzettende, zwakreflexieve, transitieve en zwaksymmetrische structuren.
Controleer

i) Voor alle zinnen φ geldt: $OO\varphi$ is logisch equivalent met $O\varphi$ binnen $\mathcal{K}$.
ii) Voor alle zinnen φ geldt: $PP\varphi$ is logisch equivalent met $P\varphi$ binnen $\mathcal{K}$.
iii) Voor alle zinnen φ geldt: $PO\varphi$ is logisch equivalent met $O\varphi$ binnen $\mathcal{K}$.
iv) Voor alle zinnen φ geldt: $OP\varphi$ is logisch equivalent met $P\varphi$ binnen $\mathcal{K}$.
v) Voor alle zinnen φ geldt: $OPOPPPOOPO\varphi$ is logisch equivalent met $O\varphi$ binnen $\mathcal{K}$
(Hint: gebruik i t/m iv)

- i) t/m iv) vormen een hulpstelling voor de volgende wat algemenere bewering:
Als X een rij deontische operatoren is dan geldt dat $X\varphi$ binnen $\mathcal{K}$ logisch equivalent is met $P\varphi$ dan wel $O\varphi$ al naar gelang de laatste operator die optreedt in X P dan wel O is.

vi) Kunt u aangeven waarom deze bewering juist is ?

Opgave 4

Deze opgave haakt in op hetgeen we in §0 gezegd hebben over de begrippen "extensioneel" en "intensioneel".

Laten φ, ψ en χ zinnen zijn van een taal $\mathcal{L}$. $[\varphi/\psi]\chi$ is nu per definitie de zin die uit χ ontstaat als alle optredens van ψ in χ door optredens van φ vervangen worden.

Laat zien dat de volgende bewering onjuist is:

Zij $\mathcal{M} = \langle\langle W, w_0, R\rangle, \mathcal{I}\rangle$ een willekeurig model voor een taal $\mathcal{L}$. Laten φ en φ' zinnen van $\mathcal{L}$ zijn zodanig dat voor zekere $w \in W$ geldt dat $Ext_{\mathcal{M}}(\varphi, w) = Ext_{\mathcal{M}}(\varphi', w)$.

Dan geldt voor alle zinnen χ en ψ van $\mathcal{L}$ dat $Ext_{\mathcal{M}}([\varphi/\psi]\chi, w) = Ext_{\mathcal{M}}([\varphi'/\psi]\chi, w)$

__*Nota Bene*__

We definiëren de *intensie* van een zin φ in een model $\mathcal{M} = \langle\langle W, w_0, R\rangle, \mathcal{I}\rangle$ als volgt:

$$Int_{\mathcal{M}}(\varphi) = \{w \in W \mid Ext_{\mathcal{M}}(\varphi, w) = 1\}$$

(Je kent de intensie van een zin φ d.e.s.d.a. je weet in welke situaties φ waar is)

De volgende bewering is juist:

Zij $\mathcal{M} = \langle\langle W, w_0, R\rangle, \mathcal{I}\rangle$ een willekeurig model voor een taal $\mathcal{L}$. Laten φ en φ' zinnen van $\mathcal{L}$ zijn zodanig dat $Int_{\mathcal{M}}(\varphi) = Int_{\mathcal{M}}(\varphi')$.

Dan geldt voor alle zinnen χ en ψ van $\mathcal{L}$ dat $Int_{\mathcal{M}}([\varphi/\psi]\chi) = Int_{\mathcal{M}}([\varphi'/\psi]\chi)$

Het bewijs van deze bewering hoort niet tot de stof van deze cursus.

§ 5 Filosofische Toepassingen

Verschillende filosofen hebben gepoogd het formele systeem dat we in de vorige paragraaf ontwikkeld hebben, te gebruiken bij de analyse van meta-ethische problemen. Een voorbeeld hiervan zullen we in deze subparagraaf behandelen: Jaakko Hintikka's analyse van Searle's beruchte artikel "How to Derive Ought From Is".

Om te beginnen enkele belangrijke onderscheidingen. We noemen een zin ψ een *logisch gevolg* van φ d.e.s.d.a. $(\varphi \to \psi)$ een tautologie is. En we noemen ψ een *deontisch gevolg* van φ d.e.s.d.a. $O(\varphi \to \psi)$ een tautologie is. "ψ is een logisch gevolg van φ" wil zoveel zeggen als: "het is onmogelijk om een situatie te scheppen waarin φ waar is en ψ onwaar". De tweede notie is zwakker: ψ is een deontisch gevolg van φ d.e.s.d.a. het onmogelijk is een *deontisch perfecte* situatie te scheppen waarin φ waar is en ψ onwaar.

Dat we hier expliciet op het verschil tussen beide noties wijzen heeft een goede reden: dikwijls neemt men ~~al te vlug~~ de frase "logisch gevolg" in de mond, waar men eigenlijk van "deontisch gevolg" zou moeten spreken. De literatuur op het gebied van de deontische logica levert ons enkele prachtige illustraties van dit verschijnsel. Vooral diegenen die volgens de axiomatische methode te werk gingen, hebben dikwijls fouten gemaakt waar het deze noties betrof. A.N. Prior bijvoorbeeld, toch niet de eerste de beste, stelde in de eerste editie van zijn *Formal Logic* het volgende axiomaschema voor:

(1) $((O\varphi \,\&\, (\varphi \rightarrow O\psi)) \rightarrow O\psi)$

en hij deed dat omdat hij dacht dat (1) de juiste vertaling vormde voor het volgende intuitief aanvaardbare principe

(2) Als het verplicht is om φ te bewerkstelligen en als geldt dat als φ waar is, we verplicht zijn om ψ te bewerkstelligen, dan volgt daaruit dat het verplicht is om ψ te bewerkstelligen

De lezer kan zelf nagaan dat (1) geen tautologie is [1] binnen ons formele systeem, en bij het opstellen van een tegenmodel kan hij ook zien waarom (1) ongeldig is. Het kan best zijn dat je verplicht bent om φ te bewerkstelligen, zonder dat φ waar is in de actuele deontisch niet perfecte wereld. Je kunt derhalve ontsnappen aan de verplichting ψ in kwestie simpelweg omdat je geweigerd hebt je verplichting φ na te komen. Er is niets logisch onmogelijks aan deze gang van zaken. Dat wil niet zeggen dat het niet laakbaar is wat je doet, want als we gaan bekijken of je ook aan de verplichting ψ kan ontsnappen in een wereld waarin aan alle verplichtingen, dus ook aan de verplichting φ, voldaan is, dan luidt het antwoord: nee. Maar daarmee zijn we overgestapt van de vraag of $O\psi$ een logische consequentie van $(O\varphi \,\&\, (\varphi \rightarrow O\psi))$ is, naar de vraag of $O\psi$ een deontische consequentie van $(O\varphi \,\&\, (\varphi \rightarrow O\psi))$ is. En u kunt zelf laten zien dat

(3) $O((O\varphi \,\&\, (\varphi \rightarrow O\psi)) \rightarrow O\psi)$

wel een tautologie is. (3) is de juiste vertaling voor (2) en niet (1). De notie "gevolg van" is dubbelzinnig

Een tweede belangrijk verschil waar Hintikka op wijst, is dat tussen zinnen van de vorm $(\varphi \rightarrow O\psi)$ en $O(\varphi \rightarrow \psi)$. Hintikka meent dat beide zinnen kunnen dienen als formele vertaling voor de *relatieve verplichting* "ψ is verplicht in de omstandigheden dat φ". Hierin stemt hij dus in met Mally - zie §1 -; maar waar volgens Mally $(\varphi \rightarrow O\psi)$ en $O(\varphi \rightarrow \psi)$ op een lijn gesteld worden met behulp van het axiomaschema $(\varphi \rightarrow O\psi) \leftrightarrow O(\varphi \rightarrow \psi)$, daar grijpt Hintikka hun non-equivalentie binnen ons formele systeem juist aan als blijk voor het feit dat de notie van relatieve verplichting binnen onze natuurlijke taal dubbelzinnig is. Soms bedoelen we met "φ verplicht tot ψ"

[1] In deze paragraaf zullen we steeds aannemen dat alle structuren voortzettend, transitief en zwakreflexief zijn.

dat φ *actueel* tot ψ verplicht, d.w.z. dat je verplicht bent om te bewerkstelligen dat ψ als φ het geval is. Maar meestal bedoelen we met "φ verplicht tot ψ" alleen maar dat φ *prima facie* tot ψ verplicht, d.w.z. dat je niet in een deontisch perfecte situatie beland als je φ bewerkstelligt maar ψ niet. Dat $O(\varphi \to \psi)$ vaker als vertaling voor "φ verplicht tot ψ" zal kunnen dienen als $(\varphi \to O\psi)$ moge blijken uit het volgende voorbeeld. Stel dat N.N. beloofd heeft me morgen op te komen zoeken. Laat φ de zin zijn die het afleggen van die belofte beschrijft, en laat ψ de zin zijn die beschrijft dat N.N. mij opzoekt. Op het ogenblik dat N.N. deze belofte deed wist hij echter nog niet dat zijn vader ziek is, hetgeen hem verplicht morgen zijn vader op te zoeken i.p.v. mij. De verplichting die N.N. zichzelf heeft opgelegd om mij te bezoeken wordt min of meer opgeheven door de sterkere verplichting zijn vader op te zoeken - nood breekt wetten. Daarom zou het verkeerd zijn als we in dit geval "φ verplicht tot ψ" zouden vertalen als "$(\varphi \to O\psi)$", want dan zou N.N. toch verplicht blijven om ψ te bewerkstelligen. Aan de andere kant is het ook duidelijk dat niet alles in orde is als N.N zijn belofte aan mij breekt; daarom geeft $O(\varphi \to \psi)$ in dit geval misschien wel goed aan wat we bedoelen als we zeggen dat het feit dat N.N. beloofd heeft me morgen op te zoeken hem verplicht die belofte te houden.

Gewapend met bovenstaande distincties, kunnen we ons bezig gaan houden met wat toch wel de knapste drogreden binnen de hedendaagse filosofie genoemd mag worden: Searle's poging om te laten zien dat soms een feit een verplichting kan impliceren. Searle beweert dat je uit een puur descriptieve premisse die beschrijft dat een bepaalde belofte is afgelegd samen met de puur analytische premisse dat beloftes nagekomen moeten worden, af mag leiden dat degene die de belofte in kwestie heeft afgelegd verplicht is hem in te lossen. Met andere woorden een "Ought" volgt uit een "Is" plus een analytische en daarom lege additionele premisse. Searle's argument kunnen we als volgt halfformeel weergeven

φ
φ verplicht tot ψ (analytisch)
$\therefore O\psi$

Searle benadrukt dat het afleggen van een belofte - laat φ beschrijven dat een bepaalde belofte wordt afgelegd - niets meer of minder is dan een handeling waarbij je jezelf de verplichting oplegt om die belofte ook na te komen - dat die belofte in kwestie wordt nagekomen wordt beschreven in ψ. Derhalve kunnen we van de analiticiteit van de tweede premisse overtuigd zijn. De vraag is echter hoe we die tweede premisse en daarmee het bovenstaande argument verder moeten formaliseren. In principe staan ons twee mogelijkheden ter beschikking

I	II
φ	φ
$(\varphi \rightarrow O\psi)$	$O(\varphi \rightarrow \psi)$
$\therefore O\psi$	$\therefore O\psi$

Redenering I is geldig. Redenering II echter niet (Bewijs dit zelf) Searle's argument zou dus opgaan als we de analytische bewering "φ verplicht tot ψ" zouden mogen formaliseren als $(\varphi \rightarrow O\psi)$. En Searle's argument klopt niet als we als formele vertaling voor "φ verplicht tot ψ" de zin $O(\varphi \rightarrow \psi)$ nemen. De vraag is: welke van die twee vertalingen heeft hier de voorrang? En het antwoord op die vraag luidt: in ieder geval niet $(\varphi \rightarrow O\psi)$ want met het afleggen van een belofte leg jezelf geen *actuele verplichting* op, de verplichting die je jezelf oplegt is veeleer een *prima facie* verplichting.

Opgave 5

Bij het bestuderen van het bovenstaande heeft u al gecontroleerd dat $O\psi$ geen logisch gevolg is van φ en $O(\varphi \rightarrow \psi)$. Laat nu zien dat ψ wel een deontisch gevolg is van φ en $O(\varphi \rightarrow \psi)$.

Onze conclusie kan dus zijn: Searle heeft minstens een van de twee volgende vergissingen gemaakt: hij heeft de verplichtingen die voortvloeien uit een belofte opgevat als actuele verplichtingen i.p.v. prima facie verplichtingen, of hij heeft over het hoofd gezien dat logische implicatie en deontische implicatie niet hetzelfde zijn. Alleen als deze wereld ideaal zou zijn zou uit het gegeven dat je een belofte hebt gedaan zonder meer volgen dat je je aan die belofte dient te houden.

§ 6 Tekortkomingen

Hintikka gaat er bij zijn analyse van Searle's "How to Derive Ought From Is" van uit dat $O(\varphi \rightarrow \psi)$ en in mindere mate $(\varphi \rightarrow O\psi)$ allebei kunnen dienen als formele representatie voor de relatieve verplichting "φ verplicht tot ψ". In deze paragraaf zullen we laten zien dat die vlieger niet opgaat. Noch zinnen van de vorm $O(\varphi \rightarrow \psi)$, noch zinnen van de vorm $(\varphi \rightarrow O\psi)$ kunnen gelden als een adekwate vertaling voor de frases van de vorm "φ verplicht tot ψ"

Ten aanzien van de zinnen $O(\varphi \rightarrow \psi)$ het volgende: stel dat het verboden is om te bewerkstelligen dat φ. Dan is $O\neg\varphi$ waar. De volgende zin is een tautologie: $O\neg\varphi \rightarrow O(\varphi \rightarrow \psi)$. Bewijs dit zelf. Gegeven de waarheid van $O\neg\varphi$ kunnen we dus concluderen dat $O(\varphi \rightarrow \psi)$ waar is, wat je ook verder voor ψ invult. Voor onze formele notie van relatieve verplichting geldt dus dat als φ verboden is, je ingeval van overtreding van dat verbod tot alles verplicht bent. Dit gaat echter niet op voor de notie van relatieve verplichting binnen onze natuurlijke taal.

Ten aanzien van de zinnen $(\varphi \rightarrow O\psi)$ ligt de zaak nog eenvoudiger: neem aan dat die zinnen een goede formele verwoording bieden voor de notie van relatieve verplichting. We willen nu verwoorden: "het is niet zo dat φ tot ψ verplicht". Als vertaling dient zich aan $\neg(\varphi \rightarrow O\psi)$. Echter uit de waarheid van $\neg(\varphi \rightarrow O\psi)$ volgt logisch de waarheid van φ. En opnieuw kunnen we alleen maar stellen dat die waarheid niet volgt uit de halfformele zin waarvan we zijn uitgegaan.

De conclusie die we uit het bovenstaande moeten trekken, is dat het formele systeem dat we in deze paragraaf beschreven hebben tekort schiet als het erom gaat de notie van relatieve verplichting te karakteriseren. Er is geen enkele manier om een zin van de vorm "In de omstandigheden dat φ is het verplicht om te bewerkstelligen dat ψ" formeel te vertalen zonder dat we op paradoxale resultaten uitkomen. Dat die notie van relatieve verplichting niet adekwaat te formaliseren is binnen dit formele systeem heeft een ontologische oorzaak. Wij kennen binnen onze formele cartoon alleen deontisch perfecte situaties en gewone situaties, niets daartussen. Dientengevolge kunnen we in onze formele zinnen niet impliciet verwijzen naar situaties die dan wel niet helemaal ideaal zijn, maar toch in ieder geval al een stuk beter dan de actuele situatie. Het lijkt me dat we dit rustig kunnen beschouwen als een vertekening van de werkelijkheid. In onze volgende cartoon zullen we daar wat aan moeten doen.

§7 Diadische Deontische Operatoren

De grootste tekortkoming van het monadisch deontisch systeem is, dat het geen ruimte laat om op een bevredigende manier te verwoorden wat er moet gebeuren als je eenmaal in een situatie bent beland waar je bepaalde normen overtreden hebt. Je kunt dan weliswaar geen ideale situatie meer realiseren, maar het zou toch mogelijk moeten zijn om er, gegeven die betreurenswaardige omstandigheden, nog het beste van te maken. Deze tekortkoming van het monadisch deontisch systeem blijkt het sterkst wanneer je met de grammaticale middelen die de talen van de monadisch deontische logica bieden de notie van relatieve verplichting onder worden probeert te brengen. Daarom zullen we in deze paragraaf onze aandacht vooral op die notie van relatieve verplichting richten en in onze talen een primitieve operator opnemen waarmee rechtstreeks kan worden uitgedrukt dat het verplicht is om ψ te bewerkstelligen in de omstandigheden dat φ.

<u>Definitie 7</u> <u>Grammatica</u>

Een taal $\mathcal{L}$ van de diadisch deontische logica is een viertupel $\langle AT, UN, BI, ZIN\rangle$ met de volgende eigenschappen

- AT is een niet lege eindige verzameling symbolen, atomaire zinnen geheten
- UN is een verzameling van een symbool dat verschilt van de elementen van AT. We zullen naar het symbool in kwestie verwijzen met het teken "$\neg$"
- BI is een verzameling van zes symbolen die verschillen van de elementen van AT en UN. We zullen naar de symbolen in kwestie verwijzen met de tekens "&", "$\vee$", "$\rightarrow$", "$\leftrightarrow$", "$\Box\!\!\rightarrow$" en "$\Diamond\!\!\rightarrow$".
- Laten (en) nu twee symbolen zijn die verschillen van de elementen van AT, UN en BI. Zij U de verzameling van alle eindige rijtjes symbolen uit $AT \cup UN \cup BI \cup \{(,)\}$. ZIN is dan de kleinste deelverzameling X van U waarvoor geldt

  i) $AT \subset X$

  ii) als $\varphi \in X$ dan $\neg\varphi \in X$

  iii) als $\varphi, \psi \in X$ en $\otimes \in BI$, dan $(\varphi \otimes \psi) \in X$

$(\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi)$ spreken we uit als "φ verplicht tot ψ" of, iets netter, als "het is verplicht om ψ te bewerkstelligen in de omstandigheden dat φ". $(\varphi \Diamond\!\!\rightarrow \psi)$ spreken we uit als het is toegestaan om te bewerkstelligen dat ψ in de omstandigheden dat φ"

Onze ontologie passen we aan als volgt:

Definitie 8 Structuren

Een structuur $\mathcal{F}$ is een drietupel $\langle W, w_0, R\rangle$ met de volgende eigenschappen

- $W \neq \Lambda$
- $w_0 \in W$
- $R \subset W \times W$ zodanig dat
  i) voor alle $w \in W$: $\langle w, w\rangle \in R$
  ii) voor alle $w, w', w'' \in W$: als $\langle w, w'\rangle \in W$ en $\langle w', w''\rangle \in W$ dan $\langle w, w''\rangle \in W$
  iii) voor alle $w, w' \in W$: $\langle w, w'\rangle \in W$ of $\langle w', w\rangle \in W$
  iv) voor ieder $\mathcal{C}$ met $\Lambda \neq \mathcal{C} \subset W$ geldt: er is minstens een $w \in \mathcal{C}$ zodanig dat voor alle $w' \in \mathcal{C}$ geldt dat $\langle w', w\rangle \in R$

Als $\langle w, w'\rangle \in R$ dan zeggen we "w' is minstens even ideaal als w". Dat R reflexief, transitief en sterk samenhangend is, lijkt dus een plausibel vereiste. Merk op dat w' echt *beter* dan w is als $\langle w, w'\rangle \in R$ en $\langle w', w\rangle \notin R$.
Clausule iv) stelt dat elke niet lege deelverzameling $\mathcal{C}$ van W (minstens) een wereld w' bevat die minstens even ideaal is als alle andere elementen van $\mathcal{C}$. We noemen zo'n w' ook wel een *R-maximaal element van $\mathcal{C}$*. De R-maximale werelden van een verzameling $\mathcal{C}$ spelen de rol van de beste werelden die er, gegeven dat je in een $w \in \mathcal{C}$ verzeild bent geraakt, nog voorhanden zijn [1]

Definitie 9 Modellen

Zij $\mathcal{L} = \langle AT, UN, BI, ZIN\rangle$ een taal (van de diadisch deontische logica) en $\mathcal{F} = \langle W, w_0, R\rangle$ een structuur. Een *interpretatie* $\mathcal{I}$ voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ is een functie met als domein $AT \times W$ en als codomein $\{0,1\}$. Als $\mathcal{L}$ een taal is, $\mathcal{F}$ een structuur en $\mathcal{I}$ een interpretatie voor $\mathcal{L}$ in $\mathcal{F}$ dan heet $\langle \mathcal{F}, \mathcal{I}\rangle$ ook wel een *model* bij $\mathcal{L}$.

[1] Merk op: als we eis iv) laten vallen, dan is het mogelijk dat er voor elke wereld w in een deelverzameling $\mathcal{C}$ van W een $w' \in \mathcal{C}$ te vinden is die beter is dan w; in dat geval is er in $\mathcal{C}$ geen "beste" wereld. De enige reden waarom we zulke oneindige ketens van steeds betere werelden niet toelaten, is dat het de onderstaande discussie aanzienlijk vergemakkelijkt.

Definitie 10 *Semantiek*

Zij $\mathcal{L} = \langle AT, UN, BI, ZIN \rangle$ een taal en $\mathcal{M} = \langle\langle \mathcal{W}, w_0, \mathcal{R} \rangle, \mathcal{I} \rangle$ een model bij $\mathcal{L}$

Zij $\varphi \in ZIN$. De extensie in $\mathcal{M}$ van φ in de wereld w is nu als volgt bepaald

- voor alle zinnen φ geldt $Ext_m(\varphi, w) \in \{0,1\}$
- als $\varphi \in AT$ dan $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $\mathcal{I}(\varphi, w) = 1$
- als $\varphi = \neg\psi$ dan $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w) = 0$
- als $\varphi = (\psi \& \chi)$ dan $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w) = 1$ en $Ext_m(\chi, w) = 1$
- als $\varphi = (\psi \vee \chi)$ dan $Ext_m(\varphi, w) = 0$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w) = 0$ en $Ext_m(\chi, w) = 0$
- als $\varphi = (\psi \Rightarrow \chi)$ dan $Ext_m(\varphi, w) = 0$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w) = 1$ en $Ext_m(\chi, w) = 0$
- als $\varphi = (\psi \Leftrightarrow \chi)$ dan $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\psi, w) = Ext_m(\varphi, w)$

Tot zover niets nieuws, maar nu komt het:

- als $\varphi = (\psi \,\Box\!\!\Rightarrow \chi)$ dan $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\chi, w') = 1$ voor alle $w' \in \mathcal{W}$ die $\mathcal{R}$- maximaal zijn in $\{w'' \in \mathcal{W} \mid Ext_m(\psi, w'') = 1\}$
- als $\varphi = (\psi \,\Diamond\!\!\Rightarrow \chi)$ dan $Ext_m(\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\chi, w') = 1$ voor minstens een $w' \in \mathcal{W}$ die $\mathcal{R}$-maximaal is in $\{w'' \in \mathcal{W} \mid Ext_m(\psi, w'') = 1\}$

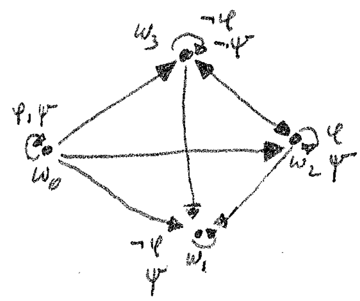
We hoeven hier geen nieuwe definities voor de logische noties op te nemen. U kunt zich daarvoor blijven verlaten op definitie 5.

Voorbeeld 1

Laten φ en ψ atomaire zinnen zijn van een taal $\mathcal{L}$. Zij $\mathcal{F} = \langle \mathcal{W}, w_0, \mathcal{R} \rangle$ zodanig dat $\mathcal{W} = \{w_0, w_1, w_2, w_3\}$ en $\mathcal{R} = \{\langle w_0, w_0\rangle, \langle w_1, w_1\rangle, \langle w_2, w_2\rangle, \langle w_3, w_3\rangle, \langle w_2, w_1\rangle, \langle w_0, w_1\rangle, \langle w_1, w_3\rangle, \langle w_3, w_2\rangle, \langle w_0, w_3\rangle, \langle w_0, w_2\rangle\}$. Zij $\mathcal{I}(\varphi, w_0) = \mathcal{I}(\varphi, w_2) = 1$, $\mathcal{I}(\varphi, w_1) = \mathcal{I}(\varphi, w_3) = 0$, $\mathcal{I}(\psi, w_0) = \mathcal{I}(\psi, w_1) = \mathcal{I}(\psi, w_2) = 1$ en $\mathcal{I}(\psi, w_3) = 0$

Bereken $Ext_m((\psi \,\Box\!\!\Rightarrow \varphi), w_0)$, $Ext_m((\varphi \,\Diamond\!\!\Rightarrow \psi), w_2)$, $Ext_m((\neg\varphi \,\Diamond\!\!\Rightarrow \psi), w_3)$ en $Ext_m(((\varphi \Leftrightarrow \psi) \,\Box\!\!\Rightarrow \varphi), w_1)$

Oplossing



$Ext_m((\psi \,\Box\!\!\Rightarrow \varphi), w_0) = 0$, want $\{w'' \in \mathcal{W} \mid Ext_m(\psi, w'') = 1\} = \{w_0, w_1, w_2\}$, w_1 is het enige $\mathcal{R}$-maximale element hierin en $Ext_m(\varphi, w_1) = 0$

$Ext_m((\varphi \,\Diamond\!\!\Rightarrow \psi), w_2) = 1$, want $\{w'' \in \mathcal{W} \mid Ext_m(\varphi, w'') = 1\} = \{w_0, w_2\}$, w_2 is het enige $\mathcal{R}$-maximale element hierin en $Ext_m(\psi, w_2) = 1$

$Ext_m((\neg\varphi \,\Diamond\!\!\Rightarrow \psi), w_3) = 1$, want $\{w'' \in \mathcal{W} \mid Ext_m(\neg\varphi, w'') = 1\} = \{w_1, w_3\}$, w_1 is het enige $\mathcal{R}$-maximale element hierin en $Ext_m(\psi, w_1) = 1$

$Ext_m(((\varphi \Leftrightarrow \psi) \,\Box\!\!\Rightarrow \varphi), w_1) = 0$, want $\{w'' \in \mathcal{W} \mid Ext_m((\varphi \Leftrightarrow \psi), w'') = \{w_0, w_2, w_3\}$, w_2 en w_3 zijn $\mathcal{R}$-maximale elementen hierin en $Ext_m(\varphi, w_3) = 0$

Voorbeeld 2

Laten φ, ψ en χ atomaire zinnen van een taal $\mathcal{L}$ zijn. De redenering $\{(\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi)\} / ((\varphi \& \chi) \Box\!\!\rightarrow \psi)$ is ongeldig binnen de klasse van alle structuren

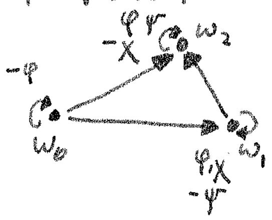
Bewijs

We moeten een model $\mathcal{M} = \langle\langle W, w_0, R\rangle, \mathfrak{I}\rangle$ construeren zodanig dat voor zekere $w \in W$ $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}}((\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi), w) = 1$ en $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}}(((\varphi \& \chi) \Box\!\!\rightarrow \psi), w) = 0$

D.w.z. $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}}(\psi, w') = 1$ voor alle R maximale φ-werelden w',[1] en $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}}(\psi, w') = 0$ voor minstens een R-maximale $(\varphi \& \chi)$-wereld w'.

Het gezochte model moet dus zo geconstrueerd zijn dat ψ onwaar is in minstens een R-maximale $(\varphi \& \chi)$-wereld, en waar in alle R-maximale φ-werelden. Dit lukt alleen als we ervoor zorgen dat de R-maximale φ-werelden echt beter zijn dan de R-maximale $(\varphi \& \chi)$-werelden; immers als er één R-maximale $(\varphi \& \chi)$-wereld minstens even ideaal is als een maximale φ-wereld, dan is die wereld zelf een maximale φ-wereld en met die wereld ook de andere maximale $(\varphi \& \chi)$-werelden

Nu we dit eenmaal gezien hebben is het eenvoudig om het gevraagde tegenmodel te specificeren:



$W = \{w_0, w_1, w_2\}$

$R = \{\langle w_0, w_0\rangle, \langle w_1, w_1\rangle, \langle w_2, w_2\rangle, \langle w_0, w_1\rangle, \langle w_1, w_2\rangle, \langle w_0, w_2\rangle\}$

$\mathfrak{I}(\varphi, w_0) = 0$, $\mathfrak{I}(\varphi, w_1) = \mathfrak{I}(\varphi, w_2) = 1$, $\mathfrak{I}(\psi, w_2) = 1$, $\mathfrak{I}(\psi, w_1) = 0$, $\mathfrak{I}(\chi, w_2) = 0$

$\mathfrak{I}(\chi, w_1) = 1$.

Ga na: w_2 is de enige R-maximale φ-wereld, $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}}(\psi, w_2) = 1$, derhalve geldt $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}}(\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi, w_0) = 1$

w_1 is de enige $(\varphi \& \chi)$-wereld, dus ook de enige R-maximale $(\varphi \& \chi)$-wereld. $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}}(\psi, w_1) = 0$, derhalve geldt $\mathrm{Ext}_{\mathcal{M}}((\varphi \& \chi) \Box\!\!\rightarrow \psi, w_0) = 0$.

Nota Bene

Merk op dat binnen het monadisch deontisch systeem $\{O(\varphi \rightarrow \psi)\} / O((\varphi \& \chi) \rightarrow \psi)$ een geldige redenering is binnen de klasse van alle structuren. Kunt u een voorbeeld bedenken waaruit blijkt dat een en ander pleit voor de stelling dat binnen het diadisch deontische systeem de notie van relatieve verplichting beter gemodelleerd wordt dan binnen het monadisch deontische systeem

Voorbeeld 3

Laat zien dat alle zinnen van de vorm $((\varphi \vee \psi) \Box\!\!\rightarrow \chi) \rightarrow ((\varphi \Box\!\!\rightarrow \chi) \vee (\psi \Box\!\!\rightarrow \chi))$ geldig zijn

1) "w is een φ-wereld" betekent: $w \in \{w' \in W \mid \mathrm{Ext}_{\mathcal{M}}(\varphi, w') = 1\}$

Uitwerking

Neem aan dat er zinnen φ, ψ en χ bestaan zodanig dat de bovengenoemde, daaruit samengestelde zin ongeldig is.

Dan is er een $\mathcal{M} = \langle\langle W, w_0, R\rangle, \mathfrak{I}\rangle$ zodanig dat voor zekere $w \in W$

(i) $Ext_{\mathcal{M}}(((\varphi\vee\psi)\Box\!\!\to\chi), w) = 1$, (ii) $Ext_{\mathcal{M}}((\varphi\Box\!\!\to\chi), w) = 0$ en (iii) $Ext_{\mathcal{M}}((\psi\Box\!\!\to\chi), w) = 0$

Uit (i) volgt: $Ext_{\mathcal{M}}(\chi, w') = 1$ voor alle R-maximale $(\varphi\vee\psi)$-werelden w'

Uit (ii) volgt: $Ext_{\mathcal{M}}(\chi, w') = 0$ voor minstens een R-maximale φ-wereld w'

Uit (iii) volgt: $Ext_{\mathcal{M}}(\chi, w') = 0$ voor minstens een R-maximale ψ-wereld w'.

(i), (ii) en (iii) zijn contradictoir, immers:

Zij w' een R-maximale φ-wereld waarvoor geldt $Ext_{\mathcal{M}}(\chi, w') = 0$ en w'' een R-maximale ψ-wereld waarvoor geldt $Ext_{\mathcal{M}}(\chi, w'') = 0$. Er geldt – R is immers sterk samenhangend – dat

óf a) $\langle w', w''\rangle \in R$ en $\langle w'', w'\rangle \notin R$

óf b) $\langle w', w''\rangle \notin R$ en $\langle w'', w'\rangle \in R$

of c) $\langle w', w''\rangle \in R$ en $\langle w'', w'\rangle \in R$

In geval a) is w'' een R-maximale $(\varphi\vee\psi)$-wereld, het is immers een $(\varphi\vee\psi)$-wereld die minstens even ideaal is als alle andere $(\varphi\vee\psi)$-werelden (w'', zijnde een R-maximale ψ-wereld, is minstens even ideaal als alle ψ werelden en, aangezien $\langle w'', w'\rangle \notin R$, idealer dan alle φ-werelden). Op grond van (i) zou dan moeten gelden $Ext_{\mathcal{M}}(\chi, w'') = 1$. Contradictie.

In geval c) zijn zowel w' als w'' R-maximale $(\varphi\vee\psi)$-werelden. Ook dan volgt tegenspraak.

In geval b) is w' een R-maximale $(\varphi\vee\psi)$-wereld. En opnieuw tegenspraak.

Opgave 6

Laat zien dat zinnen van de vorm $(\varphi\Box\!\!\to\psi)$ logisch equivalent zijn met $\neg(\varphi\Diamond\!\!\to\neg\psi)$

Het systeem van de diadisch deontische logica is een rijker systeem dan dat van de monadisch deontische logica. Want, hoewel we in onze talen geen monadisch deontische operatoren hebben opgenomen, kunnen we de notie van *absolute* verplichting definieren in termen van de notie van relatieve verplichting; het omgekeerde is onmogelijk.

Zij $\mathcal{L}$ een taal van de diadisch deontische logica en laat T een willekeurige tautologie van $\mathcal{L}$ zijn.

We definieren: $O\varphi = (T\Box\!\!\to\varphi)$ en $P\varphi = (T\Diamond\!\!\to\varphi)$, m.a.w. we introduceren twee monadische deontische operatoren m.b.v. de diadische operatoren die als primitieve uitdrukkingen in onze talen zijn opgenomen

Merk op: $Ext_{\mathcal{M}}(O\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_{\mathcal{M}}(\varphi, w') = 1$ voor alle w' die R-maximaal zijn binnen $\mathcal{W}$, T is immers waar in alle $w' \in \mathcal{W}$; $Ext_m(P\varphi, w) = 1$ d.e.s.d.a. $Ext_m(\varphi, w') = 1$ voor minstens één R-maximale wereld w' van $\mathcal{W}$.

U kunt nu zelf controleren dat de logische eigenschappen van de 'oude' monadische deontische operatoren ook voor deze nieuwe opgaan:

i) $(O\varphi \rightarrow P\varphi)$ is een tautologie in de klasse van alle structuren

ii) $(O\varphi \rightarrow OO\varphi)$ is een tautologie in de klasse van alle structuren

iii) $O(O\varphi \rightarrow \varphi)$ is een tautologie in de klasse van alle structuren

iv) $(P\varphi \rightarrow OP\varphi)$ is een tautologie in de klasse van alle structuren

We beperken ons hier tot een bewijs van iv. i) ii) en iii) kunt u beschouwen als <u>Opgave 7</u>

Te bewijzen: $(T \diamond\!\!\rightarrow \varphi) \rightarrow (T \Box\!\!\rightarrow (T \diamond\!\!\rightarrow \varphi))$ is geldig

Bewijs: Neem aan van niet. Dan is er een $m = \langle\langle \mathcal{W}, w_0, R\rangle, \mathfrak{I}\rangle$ zodanig dat voor zekere $w \in \mathcal{W}$ a) $Ext_m(T \diamond\!\!\rightarrow \varphi, w) = 1$ en b) $Ext_m(T \Box\!\!\rightarrow (T \diamond\!\!\rightarrow \varphi), w) = 0$. Uit a) volgt c) $Ext_m(\varphi, w') = 1$ voor minstens een R-maximale $w' \in \mathcal{W}$. Uit b) volgt: $Ext_m(T \diamond\!\!\rightarrow \varphi, w') = 0$ voor minstens een R-maximale $w' \in \mathcal{W}$, d.w.z. d) $Ext_m(\varphi, w'') = 0$ voor alle R-maximale $w'' \in \mathcal{W}$. c) en d) zijn met elkaar in strijd

Tenslotte: door aan de natuurlijke deductieregels voor de klassieke voegwoordenlogica de onderstaande axiomaschemata en afleidingsregels toe te voegen, verkrijgt men een afleidingssysteem dat de in deze paragraaf besproken notie van <u>geldigheid</u> precies dekt.

i) $(\varphi \Box\!\!\rightarrow \varphi)$

ii) $(\varphi \diamond\!\!\rightarrow \psi) \leftrightarrow \neg(\varphi \Box\!\!\rightarrow \neg\psi)$

iii) $(\varphi \diamond\!\!\rightarrow \varphi) \rightarrow ((\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \diamond\!\!\rightarrow \psi))$

iv) $(\varphi \Box\!\!\rightarrow (\psi \& \chi)) \leftrightarrow ((\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi) \& (\varphi \Box\!\!\rightarrow \chi))$

v) $(\varphi \diamond\!\!\rightarrow \psi) \rightarrow (((\varphi \& \psi) \Box\!\!\rightarrow \chi) \leftrightarrow (\varphi \Box\!\!\rightarrow (\psi \rightarrow \chi)))$

vi) Als $(\varphi \leftrightarrow \varphi')$ en $(\psi \leftrightarrow \psi')$ theorema's zijn dan is ook $(\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi) \leftrightarrow (\varphi' \Box\!\!\rightarrow \psi')$ een theorema

<u>Opgave 8</u>

i) Laat zien dat niet alle zinnen van de vorm $(\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \diamond\!\!\rightarrow \psi)$ tautologieën zijn, en bewijs dat alle zinnen van de vorm $(\varphi \diamond\!\!\rightarrow \varphi) \rightarrow ((\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \diamond\!\!\rightarrow \psi))$ dat wel zijn

ii) Bewijs de geldigheid van de zinnen die de vorm hebben van het bovenstaande axiomaschema v)

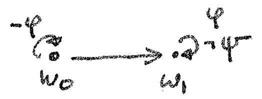
<u>Opgave 9</u>

Hintikka analyseerde Searle's "How to Derive Ought From Is" m.b.v. de monadisch deontische logica. Analyseer nu zelf Searle's argument m.b.v. de diadisch deontische logica.

§8 Oude tekortkomingen opgelost. Nieuwe tekortkomingen.

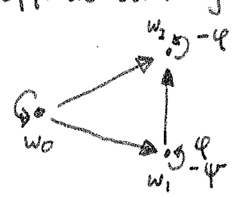
Lees §6 nog eens. We zagen daar dat de zin "φ verplicht tot ψ" niet adekwaat in de monadisch deontische logica verwoord kan worden omdat met de kandidaat vertaling $O(\varphi \to \psi)$ de tautologie $O\neg\varphi \to O(\varphi \to \psi)$ verbonden was en met de kandidaatvertaling $\varphi \to O\psi$ de tautologie $\neg(\varphi \to O\psi) \to \varphi$. We zullen nu laten zien dat de vertaling $\varphi \Box\!\!\to \psi$ binnen dit diadische systeem niet de vreemde consequenties heeft van de beide monadische kandidaten

i) Om met de vreemde consequentie van de vertaling $(\varphi \to O\psi)$ te beginnen: voor de nieuwe vertaling $(\varphi \Box\!\!\to \psi)$ geldt niet dat $\neg(\varphi \Box\!\!\to \psi) \to \varphi$ een tautologie is. Hier volgt een pijldiagram voor een tegenmodel:



$$Ext_m\,(\neg(\varphi \Box\!\!\to \psi) \to \varphi, w_0) = 0 \quad !$$

ii) Dan nu een vergelijking met de kandidaat vertaling $O(\varphi \to \psi)$. Met deze was de onplezierige tautologie $O\neg\varphi \to O(\varphi \to \psi)$ verbonden. Als we nu in het diadisch deontische systeem zinnen van de vorm $(\top \Box\!\!\to \neg\varphi) \to (\varphi \Box\!\!\to \psi)$ tautologieën blijken te zijn dan zitten we nog met hetzelfde probleem. De lezer zal echter aan de hand van het volgende pijldiagram makkelijk een model kunnen specificeren waarin een zin van de betreffende vorm gefalsifieerd wordt



$$Ext_m\,((\top \Box\!\!\to \neg\varphi) \to (\varphi \Box\!\!\to \psi), w_0) = 0 \quad !$$

Laten we ons dan nu eens wijden aan de tekortkomingen van dit systeem.

Ten eerste kunnen we het feit dat alle zinnen van de vorm $(\varphi \Box\!\!\to \varphi)$ tautologieën blijken te zijn, niet onopgemerkt laten voorbijgaan. De meeste mensen zullen "het is verplicht om φ te bewerkstelligen in de omstandigheden dat φ" niet als een logische waarheid aanvaarden, in het bijzonder niet in gevallen waarin φ absoluut verboden is. Het lijkt waarachtig wel of we met de geldigheid van $(\varphi \Box\!\!\to \varphi)$ de feitelijke stand van zaken goed willen praten. Hansson, de ontwerper van de in deze paragraaf beschreven cartoon, verdedigt de geldigheid van ($\varphi \Box\!\!\rightarrow \varphi$) als volgt: "What does it mean to say that ($\varphi \Box\!\!\rightarrow \neg\varphi$)? Let φ be "Smith robs Jones". It seems rather pointless to say "Smith ought to refrain from robbing Jones in the circumstances where he actually robs him". If Smith has robbed Jones, he cannot undo it. He can restore what he robbed (and this may be obligatory under circumstance φ) but this act is not the act of refraining from robbing Jones. We may perhaps claim that the sentence in question only means that he should not have done what he did, but then there would be no reason to mention the circumstances; no matter what he actually did, he should not rob Jones. Dyadic obligations are secondary, reparational obligations, telling someone what he should do if he has violated (intentionally or not) a primary obligation. Therefore they should not merely say that the agent should not have done what he did, the primary obligation $O-\varphi$ already said that and the situation would be completely described by the mixed formula (φ & $O-\varphi$) if one wants to stress that the agent actually violated the obligation. If one takes ~~conditional~~ obligation seriously, one has to realize that an agent cannot "undo" what he has actually done. The best way to read $\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi$ is "now that the agent actually has done φ, he ought to do ψ"

Een keurige verdediging lijkt me, zeker op het eerste gezicht. Toch zitten er allerlei haken en ogen aan. Lees Hansson's verhaal nog eens over en merk op hoe dikwijls er geswitched wordt van zaken die zich in het verleden afgespeeld hebben (de gedane zaken die geen keer nemen) naar het heden (en de verplichtingen die we nu hebben) Hansson moet van deze tijdsverschillen gebruik maken om de geldigheid van ($\varphi \Box\!\!\rightarrow \varphi$) goed te praten. M.a.w., alles wat Hansson hier te berde brengt, en het kan best zo zijn dat zijn intuïties aardig kloppen, kan onmogelijk binnen ons formele systeem verantwoord worden want daar hebben we alle tijdsnuances verwaarloosd. Die tijdsnuances blijken opeens erg belangrijk te zijn als het erom gaat enig inzicht in het normatief taalgebruik te krijgen en een volgende, meer genuanceerde cartoon zou ze dan ook moeten expliciteren.

Een tweede tekortkoming is de volgende:

Zij $\mathcal{L}$ een taal van de diadisch deontische logica en $M = \langle\langle W, w_0, R\rangle, \Im\rangle$ een model bij $\mathcal{L}$. Nu geldt voor alle $w, w' \in W$ en alle zinnen φ en ψ van $\mathcal{L}$ dat

$$Ext_M(\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi, w) = Ext_M(\varphi \Box\!\!\rightarrow \psi, w')$$

Dit is eenvoudig in te zien: binnen ons formele model zijn de R-maximale φ-werelden steeds dezelfde, of er nu over w of over w' gesproken wordt.

Informeel gezien is het echter nog maar de vraag of de waarheidswaarde van een zin "het is geboden dat ψ in de omstandigheden φ" onafhankelijk is van de situatie waarover gesproken wordt. Bekijk de zin: "Het is geboden om in het water te springen als Jan er in is gevallen". Deze zin is misschien waar als we over een situatie spreken waarin Jan (nog) niet kan zwemmen, maar onwaar als Jan wel kan zwemmen.
Een voor de hand liggend verweer tegen dit bezwaar is dat de betrokken zin niet genoeg gespecificeerd is, en dat de waarheidswaarde ervan waar dan wel onwaar wordt als je de omstandigheden waar het om gaat verder expliciteert. Echter: hoe ver moeten we met die nadere specificatie gaan? Hoeven we alleen maar erbij te vermelden of Jan kan zwemmen of niet, of dienen we ook nader in te gaan op de temperatuur en de vurigheid van het water, de zwemkunst van de omstanders en ga zo maar door. Het punt is dat we in de natuurlijke taal ook niet zo precies en expliciet hoeven te zijn, als we maar weten over welke situatie we het hebben.

<u>Opgave 10</u>

Er is een eenvoudige manier om aan het tweede bezwaar tegemoet te komen. We zouden in een nieuw systeem verschillende relaties $\mathcal{R}$ op kunnen nemen, om precies te zijn voor elke wereld $w \in \mathcal{W}$ een eigen relatie $\mathcal{R}(w)$. "$\langle w', w'' \rangle \in \mathcal{R}(w)$ wil dan zoveel zeggen als "gezien vanuit situatie w, is w'' minstens even ideaal als w'". Werk dit uit.

§9 Beperkingen van de semantische aanpak

Nog één tekortkoming moeten we bespreken. Dit maal een tekortkoming niet zozeer van het hierboven besproken systeem, maar een tekortkoming die ook elke verfijning daarvan zal blijven vertonen. Dat systeem hebben we opgesteld met het doel te karakteriseren wat het voor beweringen als "het is verplicht om te bewerkstelligen dat ψ" en "het is verplicht om te bewerkstelligen dat ψ in de omstandigheden dat φ", etc. betekent om "waar" te zijn. Daarbij hebben we van het begin af aan de waarheidswaarde van deze zinnen gedefinieerd op basis van een <u>gegeven</u> relatie $\mathcal{R}$ tussen mogelijke werelden. Van de vraag wat de noodzakelijke en voldoende voorwaarden zijn waaraan een situatie moet voldoen om in de desbetreffende relatie $\mathcal{R}$ te staan met een andere situatie hebben we ons met enkele dooddoeners afgemaakt. Dat kan natuurlijk niet, tenzij we een extreem naturalistisch standpunt zouden innemen en zouden geloven dat het een objectief gegeven is of de ene situatie beter is of deontisch perfect t.o.v. de andere.
Een volgende keer zouden we daar wat aan moeten doen. We zouden ons moeten realiseren dat de extensie van de relatie $\mathcal{R}$ voor iedere spreker wel eens verschillend zou kunnen zijn (ook

al zou $\mathcal{R}$ voor al die sprekers dezelfde eigenschappen - transitief, samenhangend, ik noem maar wat - kunnen hebben) en bovendien voor elke spreker ook nog eens met de tijd kan variëren. Met een dergelijke onderneming zouden we echter het terrein van de formele semantiek verlaten en midden in de pragmatiek belanden. Nu hebben we - door steeds te doen alsof de extensie van $\mathcal{R}$ op elk moment voor alle sprekers dezelfde is - onszelf de mogelijkheid ontzegd een antwoord te vinden op de interessantste vragen die er in verband met normatief taalgebruik te stellen zijn. Immers een volledig inzicht in het normatief taalgebruik hebben we pas als we weten wanneer Jan, voor wie de zin "het is geboden om te bewerkstelligen dat φ" waar is, de discussie van Piet, voor wie diezelfde zin onwaar is, kan winnen. In deze cursus hebben we op zijn hoogst geexpliciteerd wanneer Jan die discussie van zichzelf kan winnen. Dat was al moeilijk genoeg.