Tentamen
Dynamische Systemen
Mei 2008

1. Voor $\alpha \in \mathbb{R}$, laat R_α de rotatie over α op de cirkel $\mathbb{S}^1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z}$ zijn:

$$R_\alpha(x) = x + \alpha \mod 1.$$

   Laat zien dat voor $k \in \mathbb{Z}$, er een continue semiconjugatie van R_α naar $R_{k\alpha}$ bestaat.

2. Definieer voor $m \in \mathbb{Z}$, $|m| > 1$, de cirkelexpansie $E_m : \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1$ door

$$E_m(x) = mx \mod 1.$$

   Laat zien dat er punten op $\mathbb{S}^1$ zijn die niet periodiek of uiteindelijk periodiek zijn (een punt is uiteindelijk periodiek als een iteratie van het punt een periodiek punt is).

3. Laat $f : I \to I$ een continue afbeelding zijn op een compact interval I, met een periodieke baan $x_0 < x_1 < x_2 < x_3$, $x_1 = f(x_0), x_2 = f(x_1), x_3 = f(x_2), x_0 = f(x_3)$. Toon aan dat deze afbeelding een periodieke baan van periode drie bezit.

4. Beschouw een continue afbeelding $T : X \to X$ op een Hausdorff topologische ruimte X. Bewijs de volgende uitspraak. Als X geen geïsoleerde punten heeft en $\mathcal{O}^+(x) = \{T^i(x) \mid i \in \mathbb{N}\}$ ligt dicht, dan ligt de omega-limiet verzameling $\omega(x)$ dicht. Geef een voorbeeld waarmee aangetoond wordt dat dit onjuist is als X een geïsoleerd punt heeft.