Huiswerktentamen
Dynamische Systemen
Mei 2008

1. Beschouw het cirkeldiffeomorfisme $f_{\varepsilon,\omega}(x) = x + \omega + \frac{\varepsilon}{2\pi}\sin(2\pi x) \mod 1$, waar $0 \leq \varepsilon < 1$ en $\omega \in \mathbb{R}$. Bereken het gebied aan waarden van ω en ε waarvoor $f_{\varepsilon,\omega}$ een dekpunt bezit. Laat zien dat voor elke $0 < \varepsilon < 1$ en elke $p/q \in \mathbb{Q}$, er een interval aan waarden van ω bestaat waarvoor het rotatiegetal van $f_{\varepsilon,\omega}$ gelijk is aan p/q. Hint: gebruik analyticiteit van $f_{\varepsilon,\omega}$.

2. Laat T een maatbewarende afbeelding zijn op een maatruimte $(X, \mathcal{U}, \mu)$ met μ een eindige maat. Laat zien dat voor een meetbare verzameling A, er voor μ-bijna alle $x \in A$ oneindig veel $k \in \mathbb{N}$ bestaan waarvoor $T^k(x) \in A$.

3. Bewijs dat de topologische entropie van een continu differentieerbare afbeelding op de cirkel eindig is (dit geldt overigens meer algemeen voor afbeeldingen op compacte Riemann variëteiten).