

STELLINGEN

I

De methode, beschreven in Hoofdstuk II van dit proefschrift voor de berekening van de diffractie van een cilindrische puls om een half-oneindig scherm, kan met behulp van de spiegelingsmethode uitgebreid worden tot de berekening van de diffractie van een dergelijke puls om een wig met openingshoek $\frac{m\pi}{n}$; $n=2,3,\dots$; $m=1,2,\dots$; $m < n$.

II

Het heeft voordelen de Fouriergetransformeerden van de in de veldentheorie optredende causale functies te schrijven als

$$\lim_{\epsilon \rightarrow +0} \frac{P(k)}{k^2 - m^2 + i\epsilon (k, k)}$$

in plaats van in de meer gebruikelijke vorm

$$\lim_{\epsilon \rightarrow +0} \frac{P(k)}{k^2 - m^2 + i\epsilon};$$

hierin is $k^2 = k_0^2 - k_1^2 - k_2^2 - k_3^2$, $(k, k) = k_0^2 + k_1^2 + k_2^2 + k_3^2$,

$P(k)$ een veelterm in k_0, k_1, k_2, k_3 en m stelt de massa van het beschouwde elementaire deeltje voor.

De limieten dienen in distributionele zin genomen te worden.

N.N. BOGOLIUBOV en D.V. SHIRKOV, Introduction to the theory of quantized fields, Intersc. Publ., 1959, § 14.4.

III

Elementaire oplossingen van de inhomogene Klein-Gordon-vergelijking

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_0^2} - m^2 \right) g(x_1, x_2, x_3, x_0; m) = -\delta(x_1, x_2, x_3, x_0)$$

kunnen bepaald worden door de parameter m (de massa van het elementaire deeltje) als een nieuwe coördinaat op te vatten en door vervolgens de partiële Fourier-transformatie met betrekking tot m te gebruiken.

E.M. DE JAGER, Rapport TW 85, Mathematisch Centrum, Amsterdam.

IV

De door O.S. Parasiuk gegeven methode, met behulp waarvan de divergente convolutieintegralen, voorkomende in de quantum-electrodynamica, opgevat mogen worden als lineaire continue functionalen op een geschikt gekozen ruimte van toetsfuncties, heeft vanuit wiskundig standpunt beschouwd een beperkte waarde.

O.S. PARASIUK, Izv. Ak. Nauk. U.S.S.R., 1956, p.843.
Cf. Hoofdstuk V van dit proefschrift.

V

Tegen het in de quantumtheorie ingevoerde onderscheid tussen zogenaamde "bra"- en "ket"-vectoren zijn vanuit wiskundig standpunt bezwaren aan te voeren.

In verband hiermede zij opgemerkt, dat verwacht mag worden, dat het begrip "verpakte" Hilbert-ruimte zeer nuttig zal zijn voor het mathematische formalisme van de quantummechanica. Een verpakte Hilbert-ruimte is de vereniging $\{\phi, H, \phi'\}$ van een drietal ruimten ϕ, H en ϕ' , waarbij ϕ een in de Hilbert-ruimte H gelegen ruimte van toetsfuncties en ϕ' de om H gelegen duale ruimte van distributies is.

A. MESSIAH, Quantum Mechanics, Vol.I,
North Holland Publ.Comp., 1961, Chapter VII, § 1-§ 5.

I.M. GELFAND en G.E. SHILOV, Generaliseerde functies,
deel IV, (Russisch), Moskou, 1961, Hoofdstuk I, § 4.

VI

Een getemperde distributie $g(u)$ is dan en alleen dan de Fourier-getransformeerde van een getemperde distributie $f(x)$, die nul is voor $x < 0$, indien $g(u)$ de volgende eigenschappen bezit:

- 1) $g(u)$ kan voortgezet worden in een functie $g(w)$ ($w=u+iv$), holomorph in de bovenste helft van het complexe w -vlak.
- 2) Er bestaan een positief getal C_δ en een positief geheel getal p , beide onafhankelijk van u en v , zodanig dat in ieder halfvlak $v \geq \delta > 0$ de relatie geldt:

$$|g(u+iv)| < C_\delta |u+iv|^p.$$

De voortzetting van de distributie $g(u)$ in de functie $g(w)$ is hierbij gedefinieerd door de betrekking

$$\lim_{v \rightarrow +0} g(u+iv) = g(u),$$

waarbij de limiet genomen wordt in de zin van de zwakke limiet van getemperde distributies en waarbij v wordt opgevat als een parameter.

Een analoge stelling is door H.A. Lauwerier onder iets zwakkere voorwaarden bewezen voor het geval dat $f(x)$ behoort tot de ruimte D' van distributies, welke gedefinieerd zijn op de ruimte D van toetsfuncties, behorende tot C^∞ en met compacte drager.

H.A. LAUWERIER, Arch. for Rat. Mech. and Analysis, Vol. 13, 1963, p.157.

VII

Hoewel de fraaie algebraïsche theorie van de operatorenrekening van J. Mikusinski in bepaald opzicht krachtiger is dan de klassieke theorie van de Laplace-transformatie, heeft zij echter ook verschillende ernstige nadelen, die bij de klassieke Laplace-transformatie niet aanwezig zijn.

J. MIKUSINSKI, Operatorenrechnung, Deutscher Verl. der Wiss., Berlin, 1957.

VIII

De theorie van de Fourier-transformatie voor distributies, gedefinieerd op de ruimte D van C^∞ functies met compacte drager, omvat zowel de klassieke theorie van de Laplace-transformatie als de operatorenrekening van J. Mikusinski.

I.M. GELFAND en G.E. SHILOV, Verallgemeinerte Funktionen, Bd I, Deutscher Verl. der Wiss., Berlin, 1960, Kap. II.

J. MIKUSINSKI, Operatorenrechnung, Deutscher Verl. der Wiss., Berlin, 1957.

IX

De monographiën betreffende de theorie van de distributies door M.J. Lighthill en J.P. Marchand hebben het nadeel dat zij door hun beperkte opzet voor toegepast wiskundigen en theoretisch physici niet zeer bruikbaar zijn. Bovendien is tegen het boekje van Lighthill het bezwaar aan te voeren, dat het begrip van een distributie als lineaire continue functionaal onvoldoende tot zijn recht komt.

M.J. LIGHTHILL, Introduction to Fourier analysis and generalized functions, Cambridge Monogr. on Mech. and Appl. Math., 1959.

J.P. MARCHAND, Distributions, an outline, North Holl. Publ. Comp., 1962.

X

Het reduceren van lineaire partiële differentiaalvergelijkingen, voorkomende in de mathematische physica, tot gewone differentiaalvergelijkingen door meerdere integraaltransformaties in successie uit te voeren brengt in vele gevallen onvermijdelijk mee, dat gecompliceerde berekeningen moeten worden uitgevoerd met speciale functies, die in geen enkel direct verband staan met de fysische problemen, waaruit de oorspronkelijke differentiaalvergelijkingen zijn voortgekomen.

Daarom verdient het de voorkeur om randwaardeproblemen voor bovenbedoelde partiële differentiaalvergelijkingen zo mogelijk met behulp van meer directe methoden op te lossen, bijv. door gebruik te maken van de zgn. elementaire oplossingen van de differentiaalvergelijkingen.

R.D. TURNER, Quart. of Appl. Math., Vol. XIV, 1956, p.63.

M.A. SELIM et al., Proc.Kon.Ak.v.Wet., A'dam, Vol.LXVI,A, 1963, p.705.

XI

De auteurs M.A. Selim, I. Fatt en W.H. Somerton hebben de temperatuurtoename onderzocht in een half-oneindig homogeen medium, dat begrensd wordt door een plat vlak en dat verwarmd wordt door een cirkelvormige schijf, gelegen in dit vlak. Hierbij is de warmtestroom door de schijf constant verondersteld. Tegen de wijze, waarop dit probleem door deze schrijvers is behandeld, zijn de volgende bezwaren aan te voeren:

- 1) Het gebruik van de Laplace- en de Hankel-transformatie is overbodig. Men bereikt sneller een analytische oplossing door de schijf te vervangen door een homogene verdeling van elementaire warmtebronnen.
- 2) De herleiding van de formule voor de stationnaire temperatuurverdeling tot een bekend resultaat van H.S. Carslaw en J.C. Jaeger is onnodig gecompliceerd.
- 3) De bewering, dat de stationnaire temperatuurverdeling "aanzienlijk" afwijkt van een bolsymmetrische temperatuurverdeling binnen de bol met middelpunt het centrum van de schijf en met straal $5.633a$, waarin a de straal van de schijf voorstelt, is vanuit numeriek standpunt gezien niet correct, omdat de zinsnede "aanzienlijk" niet nader numeriek gespecificeerd wordt.

M.A. SELIM et al., Proc.Kon.Ak.v.Wet., A'dam, Vol. LXVI, A, 1963, p.705.

XII

De methode door C. Gardner ontwikkeld voor de oplossing van een vierdimensionaal randwaardeprobleem met betrekking tot de partiële differentiaalvergelijking voor de snelheidspotentiaal van een instationnaire supersone stroming, wordt door deze auteur niet geheel streng gefundeerd.

Deze methode kan overigens met vrucht gebruikt worden om een goed inzicht te verkrijgen in de drukverdeling op een harmonisch trillend draagvlak met een in spanwijdte variërende buiging en torsie.

C. GARDNER, Comm. on Pure and Appl. Math., Vol. III, 1950, p.33.

E.M. DE JAGER, Verslagen en Verhand. van het Nat. Lucht- en Ruimtevaartlaboratorium, Vol. XXVI, 1962, A'dam.

XIII

De permeabiliteit van een plastisch poreus medium, dat in één richting wordt samengedrukt, kan door een eenvoudig mathematisch model beschreven worden, tenzij de structuur van het medium ten gevolge van de compressie essentieel verandert, zoals bijv. geschiedt, indien bindingen tussen kristallen in het netwerk verbroken worden.

Dit model geeft aanleiding tot een eenvoudige proef, met behulp waarvan de compressibiliteit van het medium bepaald kan worden.

E.M. DE JAGER, M. VAN DEN TEMPEL en P. DE BRUYNE, Proc. Kon.Ak.v.Wet., A'dam, Vol.LXVI, B, 1963, p.17.

XIV

De resultaten, verkregen door op problemen uit de wiskundige fysica methoden toe te passen, die ontleend zijn aan de numerieke wiskunde enerzijds en de analyse anderzijds, zijn van verschillende aard.

Daar zij elkaar veeleer aanvullen dan dat zij elkanders alternatief zijn, is het niet gewenst in het algemeen de éne methode boven de andere te stellen.