

## **Financiële wiskunde**

In de afgelopen jaren heeft de financiële wiskunde een grote ontwikkeling doorgemaakt. Mede door de toegenomen snelheid van de computers en de beschikbaarheid van voldoende grote tijdreeksen van effecten is het onderzoek naar financiële markten enorm toegenomen. Dit heeft ertoe geleid dat de vraag naar financieel wiskundigen is gestegen. Sinds enkele jaren is er ook binnen het KdV Instituut een aantal geïnteresseerden en is er contact met de financiële wereld. Ik zelf ben aio op het gebied van financiële wiskunde en word gefinancierd door de commissionair IMG Holland NV. Ik werk twee dagen per week op dit kantoor als analist. De overige dagen besteed ik aan mijn onderzoek op het KdV Instituut en ben ik betrokken bij de stichting Financiële Wiskunde Amsterdam (FWA). Voor mij is dit een ideale constructie omdat ik naast het theoretisch onderzoek op de UvA ook een goed beeld kan krijgen van wat er zich in de praktijk afspeelt.

Graag wil ik hier wat vertellen over belangrijke aandachtspunten van de financiële wiskunde.

Binnen de financiële wiskunde speelt de theorie van de Efficiënte Markt Hypothese (EMH) een belangrijke rol. De EMH stelt dat informatie, bekend op een zeker tijdstip, geen voorspellende waarde heeft met betrekking tot het toekomstige koersverloop van effecten. Met andere woorden: alle informatie die van invloed is op een bepaald effect zit in de koers van het desbetreffende effect verwerkt. Hieruit volgt dat het analyseren van bedrijfsresultaten, koersen uit het verleden, etcetera, niet zal bijdragen aan een hoger rendement op een portefeuille. De redenatie die achter de EMH zit is tamelijk logisch. Koersen worden immers bepaald door nieuwsberichten en nieuws is per definitie onvoorspelbaar (anders zou er weinig nieuws aan zijn!). In de praktijk zullen er zeer waarschijnlijk wel inefficiënties optreden. Er bestaat een groep handelaren, arbitrageanten genoemd, die voortdurend op zoek is naar deze inefficiënties

in de markt en daar naar handelt. Deze arbitrageanten maken de markt als het ware efficiënt.

Een markt die de afgelopen jaren enorm aan populariteit heeft gewonnen is de optiemarkt. Vooral in Nederland is deze (risicovolle) markt bijzonder populair. We kunnen twee soorten opties onderscheiden, de call- en de put-optie. De call-optie is een product welk het recht geeft om een aandeel tegen een vooraf afgesproken prijs te kopen. Een put-optie is het tegenovergestelde: deze geeft het recht om een aandeel tegen een vooraf afgesproken prijs te verkopen. Een belangrijke vraagstelling in de financiële wiskunde is wat eerlijke prijzen van zulke derivaten zijn. Er wordt getracht om deze prijzen theoretisch te bepalen onder de veronderstelling dat het koersverloop een stochastisch proces is.

Bij het bepalen van de prijzen van opties speelt het hedgen een belangrijke rol. Hedgen van een optie wil zeggen dat er een bepaalde positie in een aandeel wordt ingenomen, zodanig dat een verandering van de prijs van het aandeel een even groot effect heeft op de optie (op dit aandeel) als op de ingenomen positie. Zit een handelaar nu de ene positie short en de andere long dan zal een verandering van de prijs van het aandeel geen effect hebben op de totale positie. De positie is gehedgd. Met short gaan wordt bedoeld dat iets verkocht wordt dat niet in het bezit is. Long gaan betekent het kopen van een bepaald effect. Dit is vergelijkbaar met een bankrekening. Sta je rood op je bankrekening dan zit je short in je geld, sta je echter positief dan zit je long in het geld.

In 1973 hebben Black&Scholes en Merton met hun artikelen over het prijzen en hedgen van opties het gebruik van kansrekening binnen de financiële economie een nieuwe dimensie gegeven. Het uitgangspunt in deze artikelen is dat aandelenkoersen zich gedragen als een geometrische Brownse Beweging. Indien er wordt aangenomen dat de rente gedurende een periode constant is, dan kan er een expliciete formule voor een optieprijs worden afgeleid. Deze formule wordt veelvuldig gebruikt door analisten in financiële markten. Toch kleven er bezwaren aan dit model. Een belangrijke statistische eigenschap van aandelenrendementen is de dikstaartigheid. Daarmee wordt bedoeld dat de kans op uitschieters groot is ten

opzichte van de kans op uitschieters onder een normale verdeling. In de Black&Scholes wereld, waar de verdeling van de aandelenrendementen als normaal wordt verondersteld, is deze dikstaartigheid klaarblijkelijk niet opgenomen. Daarnaast levert de aangenomen constante volatiliteit (een maat voor de beweeglijkheid van aandelen) een bijkomend probleem. Uit verschillende studies is gebleken dat er rumoerige perioden (hoge volatiliteit) worden afgewisseld met rustiger perioden. Dit staat ook bekend als volatiliteitclustering. De zogenoemde clickfondsen hebben bijvoorbeeld nog al te lijden gehad doordat ze de Black&Scholes formule in hun berekeningen gebruikten en de volatiliteit gedurende de tijd veranderde.

Uit het huidige onderzoek is gebleken dat er een enorme klasse van (meer realistische) modellen bestaat waarbij de prijs van een optie apriori niet eenduidig is te bepalen. In deze modellen wordt getracht eigenschappen als bijvoorbeeld dikstaartigheid en volatiliteitclustering op te nemen. Met behulp van verschillende aannames omtrent het gedrag van economische agenten wordt getracht meer inzicht te krijgen in het hedgen en prijzen van opties. Tot dusver is het nog niet mogelijk geweest om tot een betere versie van de Black&Scholes formule te komen.

Naast stochastische modellen wordt er binnen de financiële wiskunde ook onderzoek gedaan naar deterministische modellen. Het doel van dit onderzoek is niet om tot een model te komen dat de beurskoersen modelleert en om vervolgens aan de hand van dit model tot voorspellingen te komen. Wel om aan de hand van een aantal economische wetten en aannames een model op te stellen en vervolgens te trachten hiermee tijdreeksen te genereren met eigenschappen die ook terug te vinden zijn in de werkelijke tijdreeksen. Met andere woorden, er wordt dus getracht om eigenschappen als volatiliteitclustering en dikstaartigheid economisch te verklaren.

Op dit moment is er bijzonder veel literatuur verkrijgbaar met betrekking tot financiële wiskunde. Eén van de standaardwerken is *Dynamic Asset Pricing Theory*, van Darrel Duffie. Een boek van meer econometrische aard is *The Econometrics of Financial Markets*, van Campbell, Lo en MacKinlay. Als niet-wiskundig boek kan worden aangeraden *A Random Walk Down Wallstreet* van Burton

Malkiel en als bijzonder smeug boek kan worden genoemd het boek van ex-Wallstreet-handelaar Frank Partnoy: *FIASCO*.

Remco Peters